

Principes de base : Résultats de la méthode des Moindres Carrés Ordinaires

$$S(a, b) = \sum \hat{\varepsilon}_i^2 = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum (y_i - ax_i - b)$$

Minimiser la fonction S, convexe :

$$\left( \frac{\partial S}{\partial a} = 0 ; \frac{\partial S}{\partial b} = 0 \right)$$

Résultats :

$$\begin{cases} \hat{a} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} ; V(\hat{a}) = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{(n-2) \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \\ \hat{b} = \bar{y} - \hat{a}\bar{x} ; V(\hat{b}) = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-2} \left( \frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \right) \end{cases}$$

$$\text{Cov}(\hat{a}, \hat{b}) = - \frac{\sigma^2 \bar{x}}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$