

Liaison pédagogique « mathématiques- sciences physiques » Autopsie d'une expérience concrète

par Maurice Gomel et Alexis Vasseur
(Professeur de chimie-physique et assistant de mathématiques de l'Université de Poitiers)

Les premiers résultats de cette étude ont été présentés le 5.5.1973 à l'Université de Poitiers au cours d'une conférence-débat organisée par l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public.

I. Objectifs



Maurice Gomel

Un premier objectif de l'étude entreprise consistait à rechercher et analyser les secteurs de recouvrement des programmes de chimie (d'un niveau précis : 1^{re} année de D.U.E.S. Physique-Chimie) et de mathématiques. Ce recouvrement étant défini, un second objectif consistait en l'organisation d'une expérience concrète de liaison pédagogique Mathématiques-Chimie, sur l'un de ces points de recouvrement, et en l'évaluation de ses effets (cette liaison satisfaisait-elle un besoin chez l'étudiant, l'aidait-elle à appréhender les concepts ainsi enseignés, et méritait-elle d'être poursuivie, étendue).

II. Cadre de l'expérience. Méthode adoptée

Cadre de l'expérience

1^{re} année de D.U.E.S., P.C., Enseignement de chimie.
Fraction de programme de chimie retenue : Acides et bases de Brönstedt, pH (notion mathématique nécessaire : relation d'ordre) cf. ci-dessous.

Méthode adoptée

L'enseignant de chimie a commenté comme pour les autres parties du cours, un document distribué aux étudiants sur les acides et les bases, sans rien modifier à sa présentation habituelle.

A sa suite l'enseignant de mathématiques a rappelé les points essentiels relatifs à la notion de relation d'ordre, et a commenté un second document (distribué également) destiné à faire apparaître la structure d'ordre

sous-jacente à la classification des réactions acides-bases vue avec l'enseignant de chimie. L'évaluation des résultats relatifs à l'intérêt de cette liaison pédagogique a été tentée de la manière suivante :

1. Questionnaire anonyme d'évaluation rempli par les étudiants (questionnaire d'opinion). Ce questionnaire comportait aussi un test à caractère plus objectif destiné à rechercher si les étudiants ainsi « alertés » sur le concept mathématique sous-jacent étaient capables de le transférer à une autre classification de réactions chimiques (réactions oxydant-réducteur dont la classification repose sur des bases analogues à celle des réactions acide-base).
2. Un débat (enregistré au magnétoscope) a été organisé entre les deux enseignants et les étudiants. Les principales remarques formulées par les étudiants en groupe ont pu ainsi être relevées.

III. Les relations mathématique-physique-chimie du point de vue du chimiste

Quelques notions triviales relatives à l'enseignement (1^{re} cycle de l'enseignement supérieur)

Au sens traditionnel des disciplines la chimie fera surtout appel à des éléments de physique (par exemple en électrostatique : champ, dipôle, etc...). A travers ces éléments existe donc déjà un besoin mathématique qu'un physicien saurait mieux définir.

Mais la chimie recouvre directement une activité d'ordre mathématique, même si elle reste élémentaire, à quatre niveaux qu'il est commode de distinguer.

1. Niveau des structures mathématiques sous-jacentes aux phénomènes physico-chimiques étudiés (exemple : relation d'ordre dans la classification des couples acido-basiques ou des couples redox).
2. Niveau des techniques de calcul mathématique (exemple : maîtrise des intégrales simples en cinétique formelle).
3. Niveau de représentation structurée de l'espace (exemple : problèmes de structure moléculaire ou cristalline).
4. Niveau du calcul numérique (exemple : calcul de log pour les pH).

Les programmes officiels de mathématiques ne distinguant pas toujours clairement ces quatre niveaux qui ne correspondent pas, vraisemblablement, à une nécessité pour le mathématicien, le document suivant ne peut présenter à titre d'exemple, terme à terme, qu'une mise en relation des parties du programme officiel de chimie de 1^{re} année du 1^{er} cycle de l'enseignement supérieur avec les programmes de mathématiques (second degré et 1^{er} cycle de l'enseignement supérieur).

N.B. : Le malentendu sous-jacent au débat actuel entre certains mathématiciens et certains physiciens apparaît simplement à l'analyse des quatre niveaux énumérés. Certains physiciens auraient voulu réduire la finalité de l'enseignement des mathématiques aux trois derniers niveaux et certains mathématiciens ont pu ne s'intéresser en fait qu'au premier niveau. Enfin les conditions matérielles de la réforme en mathématiques (préparation des maîtres encore insuffisante) et l'ambition des programmes ont peut-être contraint plusieurs professeurs de mathématiques à ne développer, en pratique que le premier niveau.

IV. Les relations mathématiques-sciences expérimentales du point de vue du mathématicien

Ces relations peuvent être recherchées, soit pour des projets attendus dans la formation mathématique des

étudiants, soit pour des projets attendus dans la formation des étudiants à leur discipline principale, la chimie par exemple.

A. Profit pour la formation dans la discipline expérimentale

A.1. Améliorer la pratique des « sciences auxiliaires de la chimie » (au sens où l'on parle des sciences auxiliaires de l'histoire), c'est-à-dire développer des techniques mathématiques indépendamment de l'édifice mathématique et des attitudes proprement mathématiques.

A.2. Fournir des concepts mathématiques pour l'expression et la transmission de la chimie par des modèles inspirés de l'algèbre (structures diverses), de l'analyse des probabilités, du traitement de l'information. On profitera ici de l'universalité du langage et de son caractère analytique. Il est frappant de constater que des trois axiomes qui génèrent la structure révélée par l'étude de l'acidité, l'un (réflexivité) exprime une précision de la définition (réflexivité), un autre une exigence à priori du constructeur du modèle (l'antisymétrie), et le troisième (transitivité) est un théorème de thermodynamique.

B. Profit pour la formation mathématique

B.1. Pour les étudiants qui connaissent déjà la théorie mathématique, ces applications sont nouvelles : non seulement ces « exercices » n'ont pas été vus auparavant, mais ils sont « déconcertants » pour les étudiants. Ainsi on a d'une part l'occasion de tester l'aptitude à transférer les connaissances mathématiques à des objets nouveaux, et d'autre part l'occasion d'affirmer cette aptitude.

B.2. Lorsque le concept (ce serait ici la structure d'ordre) est inconnu des étudiants, son étude en « situation » prend des aspects que l'on peut vouloir cultiver pour eux-mêmes.

- a. La mathématique n'est plus la seule discipline présente, et sa méthode (formalisme, déduction) est mieux perçue lorsqu'elle contraste avec une autre.
- b. La mathématique n'est plus à elle-même sa propre motivation, et la présence du problème à résoudre justifie mieux le travail mathématique qu'on ne pourrait le faire en tentant de présenter les circonstances historiques de la création de ce concept.
- c. La place de la mathématisation est étendue, et la place du « produit mathématique achevé » est réduite, tant dans le temps consacré que dans le système de valeurs transmis par l'enseignement.

Les motivations de l'enseignant de mathématiques pour l'établissement de ces relations sont diverses : les relations de type B seront recherchées pour la promotion de l'aspect appliqué de la mathématique dans l'enseignement, et les relations de type A pour le développement d'une culture par la mathématique chez des étudiants qui ne sont pas appelés à acquérir de culture mathématique.

V. Relations entre un programme de chimie de 1^{re} année de 1^{re} cycle (enseignement supérieur) et les programmes de mathématiques (second degré et 1^{re} cycle enseignement supérieur)

Atome, molécule, ion, corps simple et corps composé, élément. Modèle atomique; noyau et cortège électronique.

Intégrales doubles et triples. Valeurs propres. Analyse vectorielle. Espaces de probabilité. Fonction de partition (cf. classe Terminale D).

Isotopes, classification périodique.
Relation d'équivalence (cf. classe Seconde C et T).

Liaisons interatomiques : caractéristiques énergétiques, géométriques et électriques des liaisons.
Bipoints et vecteurs (cf. classe Seconde C et T).

Notions de stéréochimie et d'isomérisation.
Éléments de géométrie euclidienne (cf. classe Terminale C).

État d'un système : variables d'état, fonction d'état.
Principes de la thermodynamique.
Potentiels. Résidus (cf. cours de PC₁ et PC₂).

Équilibres en phase homogène et en solution ; application aux solutions aqueuses, acides et bases de Brönstedt, potentiel d'oxydo-réduction, pH, complexes.
Relation d'ordre (cf. classe Seconde C).
Calcul log (cf. classe Terminale C).

Vitesse de réaction, ordre, énergie d'activation. Réactions élémentaires et réactions complexes, catalyse.
Calcul des primitives (cf. cours de PC₁).

VI. Documents

1. Fiche A (présentée par le chimiste).
 2. Fiche A' (présentée par le mathématicien).
- Ces documents sont disponibles sur demande adressée au Secrétariat de l'I.P.E.S. Sciences, 40, avenue du Recteur-Pineau, 86022 Poitiers.

VII. Essai d'évaluation

A. Questionnaire d'évaluation sur la séance de « math-chimie ».

1. Aviez-vous étudié au lycée les réactions acido-basiques à partir de la notion base = corps libérant des ions OH⁻ en solution aqueuse? 25
ou base = corps captant des ions H⁺? 29
Rayer la mention inutile.
sans réponse 5
2. Étiez-vous alors « à l'aise » face à la notion de réaction acido-basique?
oui 33
non 21
sans réponse 5
3. Sur la base du seul exposé « chimie » avez-vous eu l'impression d'avoir compris le concept « couple acide-base conjugué » et le principe de classement retenu (destiné lui-même à prédire le sens prépondérant des réactions acido-basiques)?
oui 45
non 10
sans réponse 4
4. Aviez-vous étudié au lycée le concept de « relation d'ordre »?
oui 53
non 5
sans réponse 1
5. Les rappels succincts donnés lors de la séance « math-chimie » et concernant la relation d'ordre étaient-ils nécessaires?
oui 24
non 32
sans réponse 3

6. Percevez-vous maintenant une structure d'ordre sur les « couples : acide-base conjugués », réglant le classement de ces couples?

- oui 21
non 34
sans réponse 4

Si oui,

1. Le fait d'avoir entrevu la structure mathématique sous-jacente, vous a-t-il aidé à mieux situer et fixer les concepts chimiques correspondants (classement des couples)?

- oui 6
non 15

2. Le fait d'avoir entrevu la structure mathématique sous-jacente vous aiderait-il à situer et fixer (avant même que ce soit traité en cours) le concept de couple « réducteur-oxydant conjugués », le classement possible de ces couples et l'utilité éventuelle d'un tel classement?

- oui 5
non 13
sans réponse 3

Si oui, et en traitant les réactions d'oxydo-réduction de manière analogue aux réactions acido-basiques : rappeler une définition rationnelle du réducteur, de l'oxydant

donner une définition (et un exemple) de l'élément « couple réducteur-oxydant conjugués »

mettre en évidence sur l'ensemble de ces couples une relation

proposer sur un exemple imaginaire ou non une exploitation du caractère de cette relation.

N.B. : Aucun(e) des 5 étudiant(e)s ayant précédemment répondu « oui » n'a pu donner les précisions demandées à ce niveau.

7. Les enseignements divers (mathématiques, physique, chimie, etc...) que vous avez suivis au lycée vous paraissaient-ils :

- assez liés entre eux? 20
plutôt sans relation? 36
sans réponse 2

et en PC₁?
assez liés entre eux? 20

- plutôt sans relation? 33
sans réponse 5
(rayer les mentions inutiles).

8. Ressentez-vous le besoin de voir des relations plus précises s'établir entre ces enseignements?

- oui 46
non 9
sans réponse 3

Si oui,

pensez-vous que des séances telles que celle de « math-chimie » puissent contribuer à établir ces liens?

- oui 30
non 14
sans réponse 2

Si oui,

devraient-elles être assez fréquentes (3 par mois par exemple pour l'ensemble des disciplines)?

- devraient-elles être assez peu fréquentes (par exemple, 1 par mois ou moins pour l'ensemble des disciplines)? 12
sans réponse 16
(rayer la mention inutile). 2

Essai d'analyse des réponses au questionnaire

Les tableaux croisés présentent souvent une situation d'indépendance mutuelle des données. Par exemple, les 52 étudiants qui ont répondu aux questions 2 et 3 se distribuent en un tableau réel 1, très voisin du tableau 2 reconstitué à partir des marges sous l'hypothèse d'indépendance.

		Question 1				Question 1							
		Oui	Non			Oui	Non						
Question 2	Oui	26	16	42	Question 2	25,04	16,96	42					
	Non	5	5	10		5,96	4,04	10					
		31	21				31	21					
Tableau 1 État réel										Tableau 2 État hypothétique			

Il faut donc admettre que la compréhension de l'exposé de chimie est indépendante de « l'aisance » éprouvée dans le secondaire, autrement dit que, à propos des réactions acido-basiques, les résultats obtenus du secondaire ne fournissent ni préparation aux études supérieures, ni même un pronostic de la réussite dans le supérieur.

On observe la même indépendance entre les affirmations :
— avoir perçu une structure d'ordre sur les couples acide-base conjugués » (question 6)
— avoir compris le classement de ces couples (compréhension évaluée par le nombre total des réponses oui aux questions 2 et 3).

		Questions 2 et 3					Questions 2 et 3								
		2	1	0			2	1	0						
		(oui)	(peu)	(non)			(oui)	(peu)	(non)						
Quest. 6	Oui	9	9	1	19	Quest. 6	9,12	7,98	1,9	19					
	Non	15	12	4	31		14,88	13,02	3,1	31					
		24	21	5				24	21	5					
Tableau 3 État réel												Tableau 4 État hypothétique			

Ainsi donc, « avoir compris » ce classement est indépendant du fait « d'y avoir perçu une structure d'ordre ». Voici les deux tableaux obtenus en rapprochant les questions 5 et 6.

		Question 6				Question 6							
		oui	non			oui	non						
Quest. 5	Oui	12	8	20	Quest. 5	8,24	11,76	20					
	Non	9	22	31		12,76	18,24	31					
		21	30				21	30					
Tableau 5 État réel										Tableau 6 État hypothétique			

Ces 51 étudiants montrent une association des réponses oui et une association des réponses non vraisemblablement beaucoup trop forte pour être attribuée à un effet de hasard. On admettra donc que la perception est liée à la reconnaissance de l'utilité du rappel.

Le questionnaire ne permet pas de choisir entre les interprétations suivantes :
ceux qui n'ont pas vu la structure ont été plus que d'autres de déclarer le rappel inutile, et ceux qui ont vu cette structure...
le goût — positif ou négatif — pour les mathématiques est la cause commune cachée influençant les réponses fournies
ceux qui ont accepté un point de vue appliqué en Math ont été mieux armés que les autres pour percevoir la structure
...

En résumé :
90 % se souviennent avoir étudié l'ordre au Lycée
41 % estiment le rappel nécessaire
56 % étaient, au Lycée, à l'aise avec les acides et bases

76 % ont compris, dès l'exposé chimie, le classement des couples acide-base

36 % perçoivent maintenant une structure d'ordre; 29 % de ceux-là, soit 10 % du total, en ont été aidés.

B. Remarques notées au cours du débat

1. Les étudiants semblent avoir trouvé insolite le souci des enseignements de mathématiques et de chimie d'assurer une coordination dont ils ne semblent pas eux-mêmes (habitude?) ressentir la nécessité.
2. Les étudiants ne paraissent pas avoir conservé une opinion flatteuse de leurs acquisitions en mathématiques au niveau du lycée (rappelons toutefois qu'il s'agit d'étudiants de PC et non de MP).
3. Plutôt qu'une action coordonnée des enseignants, certains étudiants expriment le désir de la « polyvalence » de chacun des enseignants. De plus ces étudiants jugent peu réaliste la multiplication d'interventions conjointes d'enseignants de diverses disciplines.
4. Certains étudiants pensent qu'il est inutile de chercher à faire apparaître les liens entre les disciplines surtout au niveau du 1^{er} cycle de l'enseignement supérieur. Ils estiment que ces liens leur apparaîtront naturellement en fin d'études supérieures, même si les enseignements suivis restent cloisonnés.
5. L'impression générale se dégageant du débat semble la suivante. « Ce type d'action est très sympathique. Mais nous n'y croyons pas, et dans tous les cas, nous n'en ressentons pas la nécessité de manière cruciale ».

VIII. Premières conclusions

Dans le cadre limité d'expérience que nous nous étions donnés, nos premières conclusions seraient les suivantes :

1. Le « recouvrement » direct entre notions de chimie (de 1^{er} cycle d'enseignement supérieur) et de mathématiques existe à tous les niveaux que nous avons définis (structures, techniques, espace, calcul, cf. p. 4).
2. Une action limitée destinée aux étudiants, de mise en évidence de ce recouvrement a permis d'observer que :
a) cette liaison pédagogique n'est que modérément ressentie comme une nécessité par les intéressés;
b) la formulation mathématique ne constitue pas explicitement un outil applicable à un autre champ.

Ces considérations nous inciteraient à penser que, les étudiants étaient déjà installés (quasi irréversiblement) dans une situation de « disjonction » des univers propres à chaque discipline. Cette situation incite à rechercher des solutions à un autre niveau, plus difficile à cerner, car relatif aux attitudes des enseignants et des élèves ou des étudiants. Tel est l'objet des considérations suivantes.

Liaison pédagogique mathématique-sciences physiques vrais et faux problèmes

Ces problèmes se posent à notre sens, un peu de la même manière que ceux de la rénovation de l'enseignement des sciences physiques comparée à celle de l'enseignement des mathématiques (cf. éditorial de M. Gomel dans le n° 1 du bimensuel de la Société Chimique de France « La rénovation de l'enseignement de la chimie. Vrais et faux problèmes »).

Le premier faux problème consiste à considérer que physiciens et chimistes doivent en particulier apprendre des mathématiques (se « recycler » en mathématique) pour établir la liaison en rénovant les sciences physiques. Cette attitude est aussi inopérante que celle des physiciens nostalgiques du passé qui rêvent encore à la colonisation de mathématiques asservies à la simple fourniture des recettes nécessaires aux calculs douteux, mais présumés efficaces, des physiciens et chimistes. Certes, un problème de base subsiste au niveau du vocabulaire et du savoir-faire de base mis actuellement à la disposition des élèves en mathématique et dont ne disposent pas encore tous les professeurs de sciences physiques. Mais ce problème est limité et il peut être résolu sans difficulté majeure à l'aide de solutions traditionnelles (« recyclages » limités).

Dans tous les cas, plus la science progresse, plus il devient illusoire qu'un physicien ou chimiste connaisse les mathématiques (au sens où l'entendent les mathématiciens), comme il serait absurde d'exiger du mathématicien qu'il étudie les sciences physiques. Le vrai problème à ce sujet consisterait en fait à constituer, au niveau de l'établissement, de réelles équipes pédagogiques, au sein desquelles la pratique de travail en commun (travail préparatoire à des séances interdisciplinaires par exemple), constituerait le moyen le plus efficace pour chaque enseignant, d'apprendre un peu à l'extérieur de sa discipline, de prendre conscience des liaisons avec les disciplines de ses Collègues, et d'assurer au mieux cette conscience chez l'élève ou l'étudiant.

Un vrai problème réside donc à ce niveau du travail en commun, au sein de l'équipe d'enseignement.

Un autre faux problème consiste, et nous venons nous-mêmes de nous y arrêter, à disséquer minutieusement les programmes, les « contenus » de l'enseignement, à dépenser une énergie invraisemblable à organiser leur déroulement cartésien, satisfaisant à la logique de la discipline (et non à celle de l'élève ou l'étudiant, pas plus qu'aux nécessités des liaisons avec les autres disciplines).

Le vrai problème se situerait plus au niveau des méthodes d'enseignement qui, si elles étaient enfin et toutes plus actives, assureraient au niveau fondamental

de la méthodologie plus de liaisons entre les disciplines que toutes les liaisons formelles de contenu.

En d'autres termes, la meilleure manière d'assurer une liaison entre les enseignements de mathématiques et de chimie ne serait-elle pas de favoriser dans les deux cas l'adoption de méthodes favorisant l'initiative, l'esprit de recherche, le travail en groupe, l'autonomie croissante à l'égard du maître ?

En effet, en ce cas, on pourrait espérer que les élèves ou les étudiants assureraient peut-être de façon plus efficace et éventuellement plus durable, les liaisons pédagogiques entre mathématique et chimie qui nous l'avons vu, sont si laborieuses à faire apparaître dans un contexte pédagogique plus traditionnel.

On ne saurait sur le chapitre de l'indispensable mutation des méthodes pédagogiques être plus explicite que l'A.P.M.E.P. elle-même (Charte de Caen, 1972 ; et Éditorial de G. Walusinski, $E = mc^2$, Chantiers de pédagogie mathématique, Cahier 22-24, 1972).

En conclusion, aucune instance nationale, si prestigieuse soit-elle, ne saura définir valablement par un travail byzantin sur les programmes ou instructions les conditions concrètes de la rénovation de l'enseignement de chacune des disciplines ni celles de l'établissement des nécessaires liaisons entre elles. De même les « recyclages » qui privilégient l'aspect « contenu » de la discipline semblent à cet égard assez inopérants. Seul un travail à la base, des enseignants eux-mêmes, travaillant en équipe, et rénovant profondément en commun leurs méthodes d'enseignement permettra l'évolution recherchée. Si, dans l'intervalle, l'ennui n'a pas vidé Lycées et Universités du petit peuple qui y somnole, initié à la passivité, en partie par les enseignants eux-mêmes. L'un des facteurs nécessaires à la rénovation des méthodes d'enseignement apparaît alors nettement : il s'agit de l'instauration d'une réelle formation pédagogique à donner en commun à tous les enseignants.

Une analyse plus approfondie ferait apparaître d'autres conditions de la rénovation, liées aux précédentes (redéfinition du rôle et des fonctions de l'inspection et de l'enseignement supérieur, amélioration des conditions de travail dans l'enseignement du second degré, problème des multiples catégories d'enseignant dans le second degré, auxiliaires en particulier, etc...). Il ne saurait être question de passer sous silence toutes ces conditions et laisser ainsi croire selon la mode officielle du moment que les problèmes pédagogiques rencontrés sont essentiellement d'ordre qualitatif. Réciproquement il serait illusoire d'attendre de l'indispensable amélioration des conditions matérielles de l'enseignement, qui s'imposent, une solution de l'ensemble des problèmes rencontrés, dont certains exigent une indéniable et difficile modification de nos attitudes d'enseignant. Car changer de programme est une chose relativement facile. Un recyclage peut suffire. Renoncer à son individualisme d'enseignant pour travailler en équipe, et accepter aussi de s'effacer un peu, pour favoriser l'autonomie consciente et croissante de l'élève ou de l'étudiant, sont des évolutions qui engagent la personnalité entière : seule une prise de conscience de l'enseignant, favorisée par le travail en commun peut être déterminante.