

## Électrostatique et hydrodynamique \*

par N. J. Felici

(Professeur, Laboratoire d'électrostatique du C.N.R.S.,  
166 X, 38042 Grenoble Cedex)

En dépit des premières observations par des géants de la science comme B. Franklin et M. Faraday, l'électrisation des fluides a été étudiée sans référence à leur mécanique. Cependant, des observations présentées sous la forme de faits séparés, sans une théorie satisfaisante pour les replacer dans la bonne optique, ne sont pas à vrai dire du domaine scientifique. En fait, les premiers physiciens n'avaient pas le recul nécessaire pour décider si le mouvement tourbillonnaire rencontré parfois dans les liquides ou les gaz électrisés était vraiment important, universel, ou les deux. L'électrohydrodynamique est encore une science jeune; la première conférence internationale entièrement consacrée à ce sujet s'est tenue, il y a huit ans, au M.I.T., et la seconde se déroulera en janvier prochain au Colorado, à Ft Collins. Ainsi, les dernières dix années ont apporté un progrès considérable dans la compréhension des interactions entre les champs électrostatiques et les mouvements des fluides; et la théorie est maintenant suffisamment bien établie pour justifier une présentation déductive.

### Les forces électrostatiques dans les fluides

Au préalable, il est bon de s'arrêter un instant sur les concepts d'électrisation et de force électrique dans le cas des fluides.

Les fluides renferment en général des porteurs de charges variés, principalement des ions, quelquefois des électrons, encore que des électrons libres se trouvent très rarement dans les liquides. Ce fait ne signifie pas qu'ils soient électrisés. Habituellement, on dit qu'une solution de chlorure de sodium dans l'eau n'est pas chargée électriquement tandis que du pétrole, à la sortie d'une canalisation, l'est fréquemment. Seule a de l'importance la charge spatiale algébrique, le déséquilibre local entre les porteurs de charge positifs et négatifs. En ce qui concerne la force électrique, c'est le produit de la densité spatiale algébrique  $q$  (charge par unité de volume) par le champ  $\vec{E}$ ;  $\vec{f} = q\vec{E}$  est la densité de force, ou la force par unité de volume.

Naturellement, il ne faut pas oublier que dans un fluide les distributions de charge, de champ et de force évoluent rapidement. Les ions n'adhèrent pas aux fluides, ils « glissent » ou « migrent » par rapport à la matière neutre à la vitesse  $v = KE$  ou  $v$  représente la vitesse moyenne relative de l'ion (en négligeant le mouvement brownien). Le champ électrique entraîne les porteurs de charge de signes contraires dans des directions opposées et peut ainsi créer une charge spatiale, c'est-à-dire une électrisation, par simple séparation. Mieux encore, des porteurs de charge peuvent être injectés ou absorbés aux interfaces solide/fluide. L'« électrisation par frottement », ainsi qu'on l'appelle, n'est qu'un cas particulier de ce phénomène.

Néanmoins, l'équation  $\vec{f} = q\vec{E}$  s'applique dans tous les cas, malgré la complexité des mouvements réels des porteurs de charge et du fluide lui-même. En raison de l'important échange d'impulsion, dû aux chocs moléculaires, entre les porteurs et le fluide, l'accélération moyenne des premiers est entièrement négligeable; le fluide doit exercer sur eux une force qui contrebalance exactement celle due au champ. D'après la troisième loi de Newton, il résulte que le fluide est lui-même soumis à la force exercée sur les porteurs, prise par unité de volume, c'est-à-dire  $\vec{f} = q\vec{E}$ .

### Un fluide électrisé ne peut rester au repos

La loi fondamentale de l'hydrostatique est  $\vec{f} = \text{grad } p$ , ou  $p$  indique la pression et  $\vec{f}$  la densité de force. Prenant le rotationnel des deux

\* Conférence prononcée au 3<sup>e</sup> Congrès international de l'électrostatique organisé par l'Association Nationale pour la Recherche Technique et la Société de Chimie Industrielle à Grenoble du 20 au 22 avril 1977.

membres, on a  $\text{rot } \vec{f} = \text{rot}(\text{grad } p) = 0$ , une condition nécessaire pour qu'un fluide reste au repos. Elle est remplie, par exemple, si  $\vec{f}$  est la force de gravitation. Ce n'est pas le cas dans notre problème, car  $\text{rot } \vec{f} = \text{rot}(q\vec{E}) = q \text{rot } \vec{E} + \text{grad } q \wedge \vec{E} = \text{grad } q \wedge \vec{E}$  puisque  $\text{rot } \vec{E} = 0$  (le champ électrostatique a un potentiel scalaire).

Excepté si la distribution de  $q$  et  $\vec{E}$  a une symétrie exceptionnelle (unidimensionnelle, cylindrique, sphérique), ou  $q = \text{Cste}$  partout, le produit  $\text{grad } q \wedge \vec{E}$  ne peut disparaître dans tout le champ et le fluide doit prendre un mouvement tourbillonnaire.

## Équilibre et instabilité dans les fluides

D'après ce qui précède, il semblerait que la cause du mouvement doive se trouver dans le défaut de symétrie du système. C'est le cas du vent électrique autour d'une pointe placée dans un gaz et soumise à une tension élevée. Des ions sont créés par ionisation près de la pointe et voyagent vers l'électrode opposée en un faisceau bien défini de section assez petite. À la limite de ce faisceau,  $\text{grad } q$  est grand et presque orthogonal à  $\vec{E}$ , situation très favorable pour que la force électrique crée un mouvement tourbillonnaire du gaz.

Bien qu'un défaut de symétrie provoque toujours un mouvement du liquide ce n'est là qu'un aspect du problème. Des systèmes bien symétriques présentent souvent une forte turbulence qui se développe spontanément dans un champ où  $\text{grad } q \wedge \vec{E}$  est nul au départ.

C'est un cas particulier d'un phénomène dont l'importance a longtemps été méconnue, l'instabilité convective. L'eau d'un réservoir cylindrique chauffé en donne un exemple classique. Si la source de chaleur n'est pas appliquée uniformément au fond du récipient (par exemple dans le cas d'un bec Bunsen), un mouvement de convection s'établira, sans aucun doute, au point chaud, l'eau s'élevant à cet endroit pour redescendre sur les côtés. C'est l'équivalent du mouvement tourbillonnaire causé par une distribution irrégulière de la charge spatiale  $\text{grad } q \wedge \vec{E} \neq 0$ .

Il est cependant possible, avec un peu d'habileté expérimentale, de maintenir au fond du récipient une température constante assurant l'uniformité parfaite du gradient thermique dans la couche du liquide. Selon l'hydrostatique, le fluide devrait rester au repos, la force gravitationnelle étant équilibrée par un gradient de pression. L'unique conséquence du chauffage serait un très léger changement de ce gradient dû à la variation de la densité avec la température.

## La convection dans un liquide électrisé

On peut réaliser une expérience analogue à celle de Bénard dans le cas d'un liquide électrisé. Puisque les porteurs de charge (habituellement des ions) sont entraînés vers les électrodes par leur mobilité, un régime permanent réclame une fourniture permanente d'ions, par exemple par une électrode à injection. Néanmoins, les résultats généraux ainsi obtenus peuvent s'appliquer aux situations transitoires quand la réserve initiale d'ions est dépensée sans être reconstituée comme c'est le cas pour un réservoir rempli de pétrole électrisé.

Pratiquement, on utilise deux électrodes planes parallèles, avec un liquide isolant entre elles. L'une injecte des ions, alors que l'autre les attire et les absorbe en les neutralisant. On le réalise facilement en choisissant correctement la nature de l'électrode et (ou) les additifs pour le liquide. Par exemple, une plaque d'argent est bonne injectrice d'ions  $\text{Ag}^+$ ; une membrane échangeuse de cations à groupes  $\text{SO}_3\text{H}$  est bonne injectrice d'ions  $\text{H}^+$ ; une plaque recouverte d'AgCl injecte des  $\text{Cl}^-$ ; en ajoutant du TMPDA (*nnn'* tétraméthyl paraphénylène diamine) au liquide, une anode métallique donne en abondance des ions  $\text{TMPDA}^+$ . Il y a des dizaines de tels exemples; ce sont des cas particuliers de réactions électrochimiques en phase non aqueuse.

Naturellement on a besoin d'une source de courant extérieure pour entretenir le phénomène, ne serait-ce que parce que les porteurs de charge créent un champ qui empêcherait l'injection. En fait, on se trouve devant une charge spatiale unipolaire due aux ions passant de l'injecteur au collecteur. Une tension minimale est requise : elle est donnée par la formule bien connue des courants limités par charge spatiale :  $V = \left[ \frac{8}{9} \frac{id^3}{\epsilon K} \right]^{1/2}$ , où  $d$  est l'écartement des plaques,  $i$

Si le système est fermé, le mouvement s'arrêtera quand la réserve d'énergie électrostatique ( $\epsilon E^2/2$  par unité de volume) sera épuisée. Alors  $\vec{E} = 0$  et  $q = 0$  également, car  $q = \epsilon \text{div } \vec{E}$  selon l'équation de Poisson. Cela arrive quand un liquide électrisé est versé dans un réservoir métallique mis à la masse.

Si l'énergie est fournie au système par une source externe de tension ( $\vec{E} \neq 0$ ) le mouvement s'arrêtera néanmoins si le fluide est débarrassé de charge spatiale ( $q = 0$ ). Pour que le mouvement dure indéfiniment, non seulement de l'énergie, mais aussi des porteurs de charge doivent être fournis sans cesse par un mécanisme adéquat (injection d'ions aux électrodes, ionisation par avalanche dans les gaz).

Néanmoins, pour une certaine différence de température dans le liquide, on est certain de voir apparaître une convection sous la forme d'un réseau hexagonal en nid d'abeilles. Ensuite, si la température est élevée progressivement, les cellules se mettent à osciller puis disparaissent dans un mouvement turbulent.

On appelle cette expérience « expérience de Bénard », d'après le physicien français H. Bénard qui l'a décrite en 1900. La première interprétation théorique a été donnée par Lord Rayleigh (1916).

Le nombre d'études scientifiques consacrées récemment à ce phénomène simple est énorme, car il met en évidence le fait fondamental qu'une dissipation d'énergie peut changer la symétrie d'un système physique et créer de nouvelles structures.

On dit habituellement que la symétrie des effets doit être plus forte que celle des causes (principe de Curie) et qu'une élévation de température ne peut qu'augmenter le désordre (un cristal fond et se transforme en une phase moins ordonnée). L'expérience de Bénard met en défaut le principe de Curie et montre également que le chauffage peut faire apparaître un nouvel ordre dans une phase désordonnée (le liquide prend une structure rappelant celle d'un réseau cristallin). Ainsi que l'ont suggéré les professeurs I. Prigogine et P. Glansdorff, de l'Université Libre de Bruxelles, ces résultats peuvent avoir des conséquences d'une portée incalculable pour notre compréhension de la Nature, y compris le monde vivant, car ils montrent la possibilité de créer et de maintenir une structure dynamique au dépens d'un flux d'énergie, alors que les scientifiques étaient autrefois convaincus que les lois de la thermodynamique impliquaient nécessairement une déchéance progressive des structures et un désordre toujours croissant.

la densité de courant (courant par unité de surface). Le champ  $E$  suit la loi parabolique  $E^2 = E_i^2 + \frac{2ix}{\epsilon K}$  ( $x$  = distance à l'injecteur)

où  $E_i$  est l'intensité du champ sur l'injecteur; la densité de charge est  $q = \epsilon \frac{dE}{dx} = \frac{i}{KE}$ . Si l'injecteur est une source abondante d'ions  $E_i \neq 0$  et l'on a presque un courant limité par charge spatiale. On parle alors d'une injection « forte ».

Les formules précédentes supposent le liquide au repos. Dans ce cas, la force électrique  $f = qE = \epsilon E \frac{dE}{dx}$  crée simplement un champ de pression  $\epsilon E^2/2$ .

Si la tension est progressivement élevée, le liquide reste au repos jusqu'à ce qu'une valeur critique soit atteinte. Alors une convection en cellules hexagonales apparaît, qui ressemble fortement à celle de Bénard. Ensuite, si la tension continue à croître, elles deviennent instables et disparaissent finalement dans une convection turbulente.

La conséquence la plus évidente de la convection (du point de vue de l'électricien) est la forte augmentation du courant pour la même tension quand on compare à un milieu stationnaire. A l'apparition des cellules, le courant présente une discontinuité; pour des tensions plus élevées, le rapport  $I/I_{\text{stat}}$  (ou  $I_{\text{stat}}$  indique le courant sans turbulence intense.  $I/I_{\text{stat}}$  peut être appelé « nombre de Nusselt électrique »). On peut exprimer le même résultat en se référant à une « mobilité apparente »  $K'$  qui est plus élevée que  $K$  et qui augmente avec la tension.

## Les mécanismes d'instabilité

Depuis le travail de pionnier de Lord Rayleigh sur les observations de Bénard, des scientifiques réputés ont donné des traitements théoriques très élaborés de l'instabilité des fluides. Le principe en est très simple. On imagine une perturbation de l'équilibre et on essaie de découvrir si oui ou non la perturbation persistera et s'amplifiera. Une seule possibilité démontrée suffit à rendre certaine l'instabilité tandis qu'une preuve réelle de la stabilité est beaucoup plus difficile : on doit examiner toutes les sortes possibles de perturbations et montrer qu'elles sont toutes, sans exception, amorties, une tâche manifestement ardue.

Dans le cas d'injection unipolaire, il est facile de trouver des conditions dans lesquelles le mouvement, une fois mis en train, ne s'arrêtera jamais, si de l'énergie et des ions sont apportés au système.

Imaginons le liquide mis en mouvement circulaire par quelque agent externe, les tourbillons étant parallèles aux électrodes, leur rotation étant alternativement de sens contraires comme dans un train d'engrenages. Des tourbillons voisins créent dans leur plan de symétrie des colonnes de liquide en mouvement de l'électrode injectrice à l'électrode collectrice ou inversement.

Qu'arrive-t-il aux ions injectés? Dans la moitié des colonnes leur migration naturelle est aidée par le mouvement du fluide, alors qu'elle est contrariée dans les autres. Néanmoins, il y a des ions partout, c'est-à-dire que dans l'ensemble du liquide, tous les éléments de volume sont soumis à des forces de même sens. Ces forces aident ou gênent le mouvement du liquide selon le sens de ce dernier.

Cependant, si la vitesse du liquide dépasse celle des ions par rapport à celui-ci, les colonnes se dirigent de l'électrode collectrice à l'injectrice.

## Un critère simple d'instabilité

Le cas précédent est très important bien qu'il soit particulier. Pour une tension assez élevée pour créer un mouvement de vitesse comparable à celle des ions, on peut trouver un critère d'instabilité en supposant que dans un tourbillon les ions ne glissent pas trop par rapport au liquide tandis que ce dernier est en mouvement, et en essayant de découvrir si les forces électroniques fournissent alors un travail mécanique positif.

Considérons deux éléments, unité de volume, A et B, séparés par  $\Delta x$ . Prenons l'axe des x parallèle au champ  $\vec{E}$ . Si le fluide près de AB tourne de 180 degrés, la force sur A accomplit un travail mécanique  $E q \Delta x$  tandis que celle agissant sur B donne  $-E \left( q + \frac{dq}{dx} \Delta x \right) \Delta x$ . Le

travail total  $-E \frac{dq}{dx} (\Delta x)^2$  est positif si  $-E (dq/dx) < 0$  ou  $\vec{E} \cdot \text{grad } q < 0$ . En géométrie unidimensionnelle  $E (d^2E/dx^2) < 0$ .

Ce qui est bien le cas en injection unipolaire. Le courant injecté

$$i = KqE = \epsilon KE (dE/dx).$$

Puisque  $i$  ne dépend pas de  $x$  en régime permanent, la dérivation donne  $\left( \frac{dE}{dx} \right)^2 + E \frac{d^2E}{dx^2} = 0$  et  $E \frac{d^2E}{dx^2}$  est toujours négatif.

On arrive au même résultat en introduisant le concept de « diffusion

## Expression générale du critère simplifié

Nous admettrons que la condition générale pour rendre possible l'instabilité est  $\vec{E} \cdot \text{grad } q < 0$ . D'un autre côté, le courant ionique unipolaire  $\vec{i} = Kq\vec{E}$  dans le milieu, et avant qu'il y ait mouvement, obéit à la loi générale de conservation  $\text{div } \vec{i} + \partial q / \partial t = 0$ . En développant  $\text{div } \vec{i} = Kq \text{ div } \vec{E} + K\vec{E} \cdot \text{grad } q = Kq^2/\epsilon + K\vec{E} \cdot \text{grad } q$ . Le critère peut ainsi s'écrire :  $E \cdot \text{grad } q = -\frac{q^2}{\epsilon} - \frac{1}{K} \frac{\partial q}{\partial t} < 0$ .

Si  $\partial q / \partial t = 0$  (état permanent) le critère est toujours satisfait. Une injection unipolaire permanente créera toujours une instabilité et une turbulence, quelle que soit la géométrie, si le voltage appliqué est assez élevé.

Si  $\partial q / \partial t > 0$ , le critère est fortement pour l'instabilité. C'est le cas lorsque l'injection commence dans un liquide immobile. L'expérience

seront privées d'ions, tandis que les autres ne le seront pas. Ainsi les forces électriques qui s'opposent au mouvement disparaissent et nous avons une situation créant un grand  $q \wedge \vec{E}$  grâce à l'interaction des ions avec le liquide en mouvement bien que cette quantité soit nulle à l'état de repos. C'est l'essence même de l'instabilité : la convection s'entretient d'elle-même. Le mouvement ne s'arrêtera jamais si la force  $q\vec{E}$  peut entretenir une vitesse  $u > KE$ . Dans le régime permanent  $qE$  est équilibrée par le frottement visqueux. La force de viscosité moyenne par unité de volume est  $N\eta u/d^2$ , où  $\eta$  est la viscosité et  $N$  un coefficient (environ 100). Ainsi,  $u = qEd^2/N\eta$ , et  $u > KE$  donne  $qd^2/\eta K > N \sim 100$ . Si l'injection est forte (courant limité par charge spatiale ou à peu près)  $qd/\epsilon E \sim 1$  et nous pouvons écrire  $\epsilon V/\eta K > N \sim 100$ , puisque  $E d \sim V$ .

Un raisonnement mathématique élaboré conduit au même résultat et donne la valeur exacte de  $N$ . Elle est de 161 pour le courant strictement limité par charge spatiale ( $E_i = 0$  à l'injecteur). Si l'injection est faible, la tension critique est manifestement plus élevée, car  $qd/\epsilon E$  est inférieur à l'unité. On trouve les résultats complets dans la littérature.

Les tensions critiques ne sont pas élevées par rapport à ce que l'on rencontre en électrostatique. Puisque  $\eta K$  est, en gros, constant (règle de Walden), c'est seulement  $\epsilon$  qui a de l'importance. Les liquides fortement polaires ont des tensions critiques d'environ 10 volts; pour les hydrocarbures, de 200 à 300 volts. Ce qui veut dire que l'instabilité convective se produira dans n'importe quel liquide résistif si les courants d'injection sont importants. En fait on trouve toujours de la convection chaque fois qu'une tension élevée est appliquée à un liquide isolant, et que les moyens de détection sont raisonnablement sensibles (méthode des stries).

turbulente ». Imaginons que le liquide soit localement agité par une cause mécanique. Le mouvement s'entretiendra-t-il de lui-même? Pour que cela soit possible, les forces électriques devront fournir un travail positif. Le coefficient de diffusion turbulente étant  $D$ , le flux turbulent de charge  $\vec{i}_T = -D \text{ grad } q$  et l'énergie mécanique fournie par unité de volume  $\vec{E} \cdot \vec{i}_T = -D \vec{E} \cdot \text{grad } q = -\epsilon D E (d^2E/dx^2)$ . Ce dernier est positif si  $E (d^2E/dx^2) < 0$ . Pour que la turbulence soit réellement entretenue,  $E i_T$  doit vaincre les pertes par frottement qui sont  $\eta u^2/\lambda^2$ ,  $\lambda$  étant le grain des petits tourbillons. Ainsi

$$-\epsilon D E (d^2E/dx^2) > \eta u^2/\lambda^2.$$

D'un autre côté  $D \sim ul$ ,  $l$  étant la distance sur laquelle une gouttelette garde son intégrité. Ce qui donne  $-\epsilon E (d^2E/dx^2) > \eta u/\lambda^2$ . La vitesse  $u$  doit être comparable à  $KE$  (ou plus grande) car autrement les ions ne suivront pas le mouvement du liquide. Ainsi

$$-\epsilon (d^2E/dx^2) \gg \eta K/\lambda^2.$$

Pour une forte injection unipolaire  $d^2E/dx^2 \sim -E/d^2 \sim -V/d^3$  et nous obtenons  $\epsilon V/\eta K \gg d^3/\lambda^2$ . Dans le cas d'un mouvement laminaire (le diamètre du tourbillon est égal à  $d$ )  $\lambda$  et  $l$  sont chacun comparables à  $d$  et nous avons  $\epsilon V/\eta K \gg 1$ . Pour une tension très élevée, le grain de la turbulence (exprimé par  $\lambda$  et  $l$ ) est beaucoup plus petit que  $d$ , comme l'expérience le confirme.

montre que la turbulence apparaît très tôt, plus tôt même qu'on ne l'attendrait d'après la théorie de l'état permanent.

Si  $\partial q / \partial t < 0$ , c'est-à-dire lorsque la charge du liquide s'affaiblit par migration vers les parois sans être remplacée par injection, le critère peut être ou non satisfait. On en a un cas simple pour  $q = q_0 = \text{Cste}$  partout à l'instant  $t = 0$ . Les conditions initiales sont  $q = 0$ ,

$$\frac{q^2}{\epsilon} + \frac{1}{K} \frac{\partial q}{\partial t} = 0.$$

Ainsi la charge s'éteint selon la loi  $\frac{1}{q} = \frac{1}{q_0} + \frac{Kt}{\epsilon}$  et elle reste homogène dans l'espace. Puisque  $\text{grad } q \wedge \vec{E} = 0$ , le liquide restera au repos jusqu'à la fin.

En discutant le comportement des solutions mathématiques, on trouve

que  $q$  diminue plus vite là où  $q$  et  $E$  sont initialement élevés, la tendance générale est donc l'uniformisation de la distribution initiale de charge, ce qui favorise en fin de compte la stabilité.

Naturellement, le cas unipolaire est particulier. En fait, de nombreuses espèces ioniques sont présentes, à des concentrations variées.

Cependant dans un même liquide organique, les mobilités des divers ions ne sont pas très différentes. Ainsi, nous pouvons admettre une seule espèce d'ions positifs, avec densité de charge  $q_+$ , et une autre d'ions négatifs, densité de charge  $q_-$ , toutes possédant la même mobilité  $K$ . La densité de charge spatiale est  $q = q_+ - q_-$ . À part l'injection, des ions sont créés par dissociation électrolytique avec une production  $c$  par unité de volume (quantité de charge de l'un ou l'autre signe par unité de volume et unité de temps) et sont détruits à la vitesse  $-rq_+q_-$ , la production globale de l'un ou de l'autre signe étant  $c - rq_+q_-$ ;  $r$  est la constante de recombinaison, égale à  $2K/\epsilon$  si la théorie de Langevin-Debye est valable.

La loi de conservation pour des ions positifs est :

$$\text{div}(Kq_+\vec{E}) + \frac{\partial q_+}{\partial t} = c - rq_+q_-$$

$$K\vec{E} \cdot \text{grad } q_+ + Kq_+ \frac{q_+ - q_-}{\epsilon} + \frac{\partial q_+}{\partial t} = c - rq_+q_-$$

### Quelques exemples

En régime permanent  $\partial(q_+ + q_-)/\partial t = 0$ , le critère est toujours satisfait si la dissociation électrolytique est négligeable ( $c = 0$ ), en particulier si la recombinaison est notable ( $rq_+q_- \neq 0$ ). C'est le cas de la double injection quand les deux électrodes apportent des ions se recombinant dans le liquide. La turbulence est plus forte que pour l'injection unipolaire, et la tension critique plus basse.

L'électrolyse transitoire est un cas intéressant, lorsque des ions présents au départ sont progressivement éliminés, les vitesses de dissociation et de recombinaison étant assez petites pour être négligées. (C'est souvent le cas lors de la désionisation électrolytique d'un liquide isolant). Nous avons des zones d'hétérocharges aux deux électrodes, avec au centre une zone neutre qui se rétrécit graduellement jusqu'à épuisement de la réserve initiale d'ions.

Puisque  $c$  et  $rq_+q_-$  sont négligeables, le critère se réduit aux deux derniers termes. Ils disparaissent tous les deux dans la zone centrale neutre, laquelle reste presque au repos. Dans les zones d'hétérocharges,  $\partial(q_+ + q_-)/\partial t$  est petit, mais la charge spatiale globale reste considérable. On observe toujours une forte turbulence dans ces régions, si la tension appliquée est assez élevée (kilovolts). Après disparition de la zone centrale la turbulence s'affaiblit mais ne disparaît pas complètement.

L'électrolyse en régime permanent qui s'établit quand on applique une tension entre des électrodes non injectrices (membranes électrolytiques) est très différente. La dissociation et la recombinaison dominant entièrement la conduction. Le dernier terme  $\partial(q_+ + q_-)/\partial t$  disparaît, et si  $r = 2K/\epsilon$  (assez bonne approximation dans la plupart des cas)

### Lois de l'électroconvection

L'effet principal de l'électroconvection est un transport plus rapide de la charge électrique. On peut dire que, dans presque tous les liquides, la convection est beaucoup plus efficace que la migration ionique comme mécanisme de transport. Une constatation similaire peut être faite à propos du transport de chaleurs dans les liquides. Il y a cependant de grandes différences entre les deux phénomènes.

Les lois de la mécanique des fluides sont, en général, plus simples quand la turbulence est forte, ce qui est peut-être inattendu. Ainsi, la force exercée par un courant fluide sur un obstacle fixe est simplement  $C\rho u^2$  par unité de surface,  $\rho$  étant la masse spécifique,  $u$  la vitesse du fluide non perturbé et  $C$  une constante qui ne dépend pas beaucoup de  $\rho$ ,  $u$  et des autres paramètres de l'écoulement.

Une situation identique prévaut en électroconvection. Quand la tension est assez élevée pour que le phénomène présente une forte turbulence, le nombre de Nusselt prend une valeur fixe comme si la mobilité des ions étaient multipliée par une constante.

L'efficacité de l'électroconvection est mesurée par une quantité qui est de nature électromécanique, mais qui a les dimensions d'une mobilité ionique. C'est  $\sqrt{(\epsilon/\rho)}$  ou, plutôt, le rapport  $M = \sqrt{(\epsilon/\rho)/K}$ . Ce

● Et pour les ions négatifs :

$$K\vec{E} \cdot \text{grad } q_- + Kq_- \frac{q_+ - q_-}{\epsilon} - \frac{\partial q_-}{\partial t} = -c + rq_+q_-$$

● Par soustraction :

$$K\vec{E} \cdot \text{grad } (q_+ - q_-) + K \frac{(q_+ - q_-)^2}{\epsilon} + \frac{\partial (q_+ + q_-)}{\partial t} = 2c - 2rq_+q_-$$

● Le critère général  $\vec{E} \cdot \text{grad } q < 0$  devient

$$2c - 2rq_+q_- - K \frac{q^2}{\epsilon} - \frac{\partial (q_+ + q_-)}{\partial t} < 0.$$

En examinant ce résultat on trouve que :

- la dissociation électrolytique est un facteur de stabilité ( $c > 0$ ),
- la recombinaison des ions est cause d'instabilité, quelle que soit leur origine (ils peuvent avoir été créés par injection),
- l'existence de charge spatiale ( $q = q_+ - q_-$ ) est aussi déstabilisante,
- la diminution dans le temps de la densité totale ( $q_+ + q_-$ ) est stabilisante.

on peut écrire le critère :  $2c - K \frac{(q_+ + q_-)^2}{\epsilon} < 0$ . Mais

$$i = K(q_+ + q_-)E$$

$$\text{et cela donne } 2c - \frac{i^2}{\epsilon K E^2} < 0.$$

Physiquement, nous arrivons à une situation identique à celle décrite par J.-J. Thomson quand il a étudié la conduction dans un gaz soumis à l'ionisation par les rayonnements. Deux zones d'hétérocharges se forment près des électrodes alors que le champ est minimal au milieu. Si la tension est basse, le courant qui atteint les électrodes est négligeable par rapport à la dissociation et à la recombinaison, qui s'équilibrent presque l'une l'autre. La conduction est ohmique, et on ne peut détecter de charge spatiale. Alors le critère (dans sa forme générale) disparaît. En revenant à l'expression ramassée  $2c - \frac{i^2}{\epsilon K E^2} < 0$  nous

voyons que pour une faible tension  $2c = i^2/\epsilon K E^2$ . Pour une tension plus élevée, on doit avoir  $2c > i^2/\epsilon K E^2$ , car il est bien connu que  $i$  augmente moins vite que  $E$  selon les résultats de Thomson (et se sature naturellement pour une tension très élevée).

Ainsi, il ne devrait pas y avoir d'instabilité quelle que soit la tension. Ce résultat est confirmé par une analyse élaborée; il n'est cependant pas en accord avec l'expérience qui montre toujours quelque agitation. Cette difficulté n'a pu être résolue; on doit toutefois mentionner que les mesures ne sont pas non plus d'accord avec la distribution de champ de Thomson, bien que  $\vec{E} \cdot \text{grad } q$  soit encore expérimentalement trouvé positif.

rapport est beaucoup plus grand que l'unité dans presque tous les liquides. Ce qui signifie que l'électroconvection apporte une contribution dominante au transport de charge.

C'est l'inverse pour les gaz, puisque  $M$  est beaucoup plus petit que l'unité aux pressions usuelles. Ainsi, la convection qui accompagne les décharges par effet couronne (le vent de Franklin) et qui est due à un défaut de symétrie ( $\text{grad } q \wedge \vec{E} \neq 0$ ) n'a pas d'influence sur le courant d'effet couronne. On peut le calculer sans tenir compte de l'électroconvection, l'erreur étant inférieure à quelques centièmes. Dans le cas des liquides, on ferait une erreur d'un facteur 10 et plus.

Pour donner des résultats numériques, on doit spécifier les caractéristiques de l'électroconvection, car son efficacité dépend des facteurs variés qui apparaissent dans le critère simplifié.

L'injection unipolaire est, naturellement, le cas le mieux connu. En régime permanent et forte turbulence, le nombre de Nusselt est constant et égal à  $\sqrt{M/3}$ . Il est grand pour les liquides polaires (à cause de  $\epsilon$ ) et pour les liquides visqueux (puisque  $K$  est petit suivant la règle de Walden tandis qu' $\epsilon$  et  $\rho$  ne sont pas affectés).  $M$  est le moindre pour les hydrocarbures légers (par exemple le benzène). Quelques exemples :

pour le nitrobenzène,  $\epsilon/\epsilon_0 = 36$ ;  $\sqrt{(M/3)} = 4,2$ ; pour le benzène,  $\epsilon/\epsilon_0 = 2,2$ ;  $\sqrt{(M/3)} = 1,3$ ; pour une huile isolante (viscosité 100 centipoises),  $\epsilon/\epsilon_0 = 2,2$ ;  $\sqrt{(M/3)} = 22$ .

En ce qui concerne le liquide, il se meut en petits tourbillons qui par frottement visqueux, dissipent l'énergie fournie au système. La vitesse locale moyenne est environ  $E\sqrt{(\epsilon/\rho)}/3$ . Elle est plus élevée que la vitesse « apparente » des ions d'un facteur  $\sqrt{(M/3)}$  en régime permanent. Ce n'est pas surprenant car la forte turbulence entraîne un rapide mélange qui gêne le transport des charges par le liquide.

Quand l'injection commence lors de l'application de la tension à la cellule, une vague de charge spatiale et de turbulence est observée, balayant l'espace entre l'électrode injectrice et l'électrode collectrice à la même vitesse  $E\sqrt{(\epsilon/\rho)}/3$ . Puisque le liquide est mis en mouvement, le frottement et le mélange sont moindres qu'en régime permanent, car la plus grande partie de l'énergie disponible doit se transformer en énergie cinétique. Ainsi, le transport de charge est plus efficace et il a lieu avec la vitesse du liquide. En égalant l'énergie électrostatique  $\epsilon E^2/2$  et l'énergie cinétique  $\rho u^2/2$ , on trouve  $u/E \sim \sqrt{(\epsilon/\rho)}$ , ce qui justifie le résultat précédent.

On peut se représenter le mécanisme de transport de la façon suivante : sur les deux électrodes se trouvent des couches limite, où le liquide est presque au repos, tandis que le mouvement tourbillonnaire, accompagné d'un très fort cisaillement du liquide, prévaut dans le reste de l'intervalle entre les électrodes. Les ions provenant de l'injecteur pénètrent dans la couche limite adhérente qu'ils traversent par leur seule mobilité. Ensuite, ils vont d'une électrode à l'autre portés par

## Conclusion

Il est tout à fait clair, d'après ce qui précède, que l'électroconvection joue un très grand rôle dans la conduction des liquides résistifs soumis à une tension élevée, sauf dans le cas non éclairci de l'électrolyse en régime permanent qui, en pratique, est peu important.

Cette conclusion s'applique aux liquides soumis à une tension entre deux électrodes notablement injectrices, ce qui arrive normalement dans presque toutes les situations expérimentales si l'injection n'est pas empêchée par des mesures spécifiques (utilisation de membranes électrodialytiques).

On peut se demander ce qui se passe quand des liquides électrisés sont stockés dans des réservoirs, etc., la tension qui apparaît étant simplement due à la charge spatiale que le fluide même a apportée. Comme on l'a montré plus haut par le critère simplifié l'électroconvection peut ou non avoir lieu. Le cas d'un liquide chargé uniformément est un bon

## Bibliographie

N. Felici, Phénomènes hydro- et aérodynamiques dans la conduction des diélectriques fluides. *Rev. Gén. Electr.*, 1969, 78, 717.  
N. Félici, D. C. conduction in liquid dielectrics (Part II) electrohydrophenomena. *Direct Current*, 1972, 2, 147.  
J.-M. Schneider and P. K. Watson, Electrohydrodynamic stability of space-charge-limited currents in dielectric liquids. I. Theoretical study. *Phys. Fluids*, 1970, 19, 1948.  
P. K. Watson, J.-M. Schneider and H. R. Till, Electrohydrodynamic stability of spacecharge-limited currents in dielectric liquids. II. Experimental study. *Phys. Fluids*, 1970, 13, 1955.

des gouttelettes fortement chargées ou par des dards dus à la grande instabilité de la zone externe de la couche limite. Ces gouttelettes subissent une érosion, pendant qu'elles traversent l'intervalle, mais seulement partielle car le phénomène ne pourrait pas s'entretenir si un mélange complet et homogène s'établissait. Les gouttelettes survivantes atteignent l'électrode collectrice, et se fondent avec leurs ions dans la couche limite qui est de nouveau traversée par migration. Le liquide, après avoir perdu partie de sa charge, retourne vers l'injecteur en gouttelettes ou en jets qui n'ont qu'une charge résiduelle.

Ainsi les gradients de densité de charge et de vitesse sont très élevés et permettent le transport de la charge et l'important effet de cisaillement du fluide. Puisque le champ électrique est l'intégrale de la densité de charge, ses fluctuations locales sont moindres et peuvent être négligées.

Du fait des forts gradients de densité, la quantité  $\text{grad } q \wedge \vec{E}$  est grande comme il est nécessaire pour l'entretien du mouvement tourbillonnaire.

Dans le cas d'une double injection symétrique, les valeurs précédentes doivent être multipliées, environ, par le facteur 2, un résultat assez naturel. Pour une forte turbulence, le nombre de Nusselt devient  $\sqrt{M}$ , et la vitesse locale du liquide  $(2/3)E\sqrt{(\epsilon/\rho)}$ . Quand la tension s'élève de zéro aux valeurs donnant une forte turbulence, le liquide reste au repos jusqu'à ce que la tension critique soit atteinte et, naturellement, le nombre de Nusselt vaut l'unité. Ensuite, la convection cellulaire s'établit. A la tension critique, le nombre de Nusselt est continu, il augmente ensuite et se sature lorsque la turbulence est bien établie. La transition à la turbulence se produit pour un nombre de Reynolds  $(ud)/(\eta/\rho)$  de 10 environ. Électriquement, on peut l'écrire  $Ed\sqrt{(\epsilon/\rho)}/\eta \sim 30$  (pour une injection unipolaire).

exemple de cette dernière possibilité. Inversement, il n'y a guère de doute sur le rôle que peut jouer l'électroconvection quand la distribution spatiale des charges n'est pas homogène, quand des couches de liquide chargées de signes opposés sont mises en contact ou, encore mieux, quand les parois du réservoir injectent des contre-ions. De toute façon, la tension est, dans le liquide, beaucoup plus élevée que la valeur critique, et la turbulence est certaine toutes les fois que le critère est satisfait. La vitesse de dissipation des charges électrostatiques peut ainsi dépendre des particularités de sa distribution dans l'espace et des propriétés électrochimiques des parois du réservoir, un fait assez inattendu.

Pour ce qui concerne les gaz, quoique l'électroconvection soit un phénomène bien connu, elle ne joue aucun rôle dans la conduction réelle et on peut toujours la négliger, comme l'ont fait Townsend et tous les autres auteurs qui se sont intéressés aux décharges couronne.

E. J. Hopfinger and J. P. Gosse, Charge transport by self-generated turbulence in insulating liquids submitted to unipolar injection, *Phys. Fluids*, 1971, 11, 1671.

P. Atten et R. Moreau, Stabilité électrohydrodynamique des liquides isolants, soumis à une injection unipolaire, *J. Méc.*, 1972, 11, 471.

J.-C. Lacroix, E. J. Hopfinger and P. Atten, Electroconvection in a dielectric layer subjected to unipolar injection. *J. Fluid. Mech.*, 1975, 69, 539.