

# Les quasicristaux

Denis Gratias

**Résumé** Cet article retrace l'histoire de la découverte des quasicristaux par Dany Shechtman et les premières interprétations théoriques de ses diagrammes de diffraction qui donnèrent naissance à la quasicristallographie, généralisation à  $N > 3$  dimensions de la cristallographie usuelle. On discute ici la notion de quasipériodicité, résultat d'une coupe irrationnelle  $d$  dimensionnelle d'un objet périodique  $N > d$  dimensionnel, en revisitant les concepts fondamentaux de la cristallographie dans ce nouveau contexte généralisé.

**Mots-clés** **Quasicristal, quasipériodicité, cristallographie, diffraction, structures, ordre.**

**Abstract** **Quasicrystals**

This paper retraces the history of the discovery of quasicrystals by Dany Shechtman and presents the first theoretical interpretations of the diffraction patterns that lead to build the so called quasicrystallography, that is a generalization of the usual crystallography to spaces of dimension higher than 3. The basic notion of quasiperiodicity – generated by a  $d$ -dim cut irrationally oriented of a  $N > d$ -dim periodic object – is discussed and the fundamental concepts of standard crystallography are reviewed in this new generalized context.

**Keywords** **Quasicrystal, quasiperiodicity, crystallography, diffraction, structures, order.**

À la mémoire de Michel Fayard.

## La découverte des quasicristaux

C'est le 8 avril 1982 que Daniel Shechtman, enseignant du Technion (Haïfa, Israël) en séjour au National Bureau of Standards de Gaithersburg-Maryland (NBS, aujourd'hui National Institute for Standard and Technology, NIST) observa pour la première fois un diagramme de diffraction électronique dans un alliage  $Al_6Mn$  rapidement solidifié qui le laissa stupéfait (*figure 1d*). Celui-ci, issu des précipités montrés sur la *figure 1a*, présentait en effet deux caractéristiques tenues alors pour parfaitement incompatibles entre elles : un diagramme de diffraction constitué de spots fins – signature d'un ordre périodique –, distribués selon une symétrie quinaire incompatible avec la périodicité. Observés selon d'autres directions de l'espace (*figures 1b-c*), ces précipités présentaient la symétrie de l'icosaèdre, symétrie interdite par les lois géométriques élémentaires de la périodicité cristalline.

Fasciné par cette incroyable trouvaille, Shechtman en parle autour de lui et reçoit toujours la même réponse : « *Cet objet est impossible et pourrait être le résultat d'un phénomène de maclage* », un arrangement de plusieurs cristallites orientés les uns par rapport aux autres, ici selon la symétrie de l'icosaèdre analogue au dessin de Dürer représenté *figure 2* (à gauche). Et pourtant, l'analyse fine par microscopie électronique (par imagerie dite en fond noir), faite et refaite sur des dizaines d'échantillons différents, convainc Shechtman qu'il ne s'agit pas de maclage : toutes les réflexions de diffraction supposées provenir de cristallites différents dans l'hypothèse d'un maclage proviennent invariablement et de façon homogène des mêmes zones ; la symétrie icosaédrique est présente jusqu'à la plus petite échelle de résolution de son microscope. Deux années plus tard, Richard Portier au CECM (Centre d'études de chimie métallurgique) de Vitry apportera la preuve définitive du bien-fondé de Shechtman grâce à la première micrographie de haute résolution prise en janvier 1985 montrée sur la *figure 1e* : la symétrie quinaire est bien présente jusqu'à l'échelle atomique, et il s'agit vraiment d'un nouvel arrangement ordonné des atomes dans un solide.

Ce n'est finalement qu'au cours de l'été 1984, soit deux ans après sa première observation, que Shechtman, toujours aussi intrigué, montre ses résultats à Ilan Blech, alors professeur au Technion. Celui-ci s'intéresse très vite au sujet en aiguisant sa réflexion autour d'une structure « amorphe » suffisamment bien ordonnée pour engendrer des pics de diffraction localisés, mais non périodique pour avoir une symétrie moyenne icosaédrique. Il va donc assembler au hasard des icosaèdres tous orientés de la même façon en les connectant deux à deux par une arête commune comme sur la *figure 2* (à droite). L'ordre engendré par ce modèle tient à deux faits. *Primo*, les amas atomiques locaux (les icosaèdres) ont la symétrie icosaédrique et sont tous parallèles entre eux, ce qui assure un ordre d'orientation à longue distance. *Secondo*, les amas sont connectés les uns aux autres par un seul et même jeu de  $N$  vecteurs qui forme une orbite complète  $e_k$  du groupe de l'icosaèdre selon les directions binaires. Ceci a pour conséquence que les centres de gravité des amas atomiques se déduisent les uns des autres par des vecteurs  $R_i$  qui sont des **combinaisons linéaires entières** des vecteurs de l'orbite  $e_k$  de connexion :

$$R_i = \sum_{k=1}^N n_k^i e_k$$

L'ensemble formé par les vecteurs de la forme  $R_i$  s'appelle un  $Z$ -module de rang  $N$ . Lorsque le rang  $N$  est égal à la dimension  $d$  de l'espace, le  $Z$ -module est alors un réseau. C'est ce fait (démontré bien plus tard) que les amas atomiques du modèle de Blech se distribuent sur un sous-ensemble des nœuds d'un  $Z$ -module qui lui confère ses remarquables propriétés de diffraction avec des intensités très localisées dans l'espace réciproque aux points du  $Z$ -module dual du précédent.

Encore que leur modèle pêche lourdement par une densité beaucoup trop faible, Blech et Shechtman rédigent un article soumis en juillet 1984 à *Journal of Applied Physics* où ils expliquent qualitativement les propriétés de diffraction de

cette nouvelle phase icosaoédrique avec les simulations numériques de Blech. L'article est refusé au motif qu'il est considéré par le referee comme ne pouvant intéresser au plus que quelques métallurgistes !

Entre-temps, Shechtman a confié une version de cet article à John W. Cahn, « senior scientist » au NBS, mondialement

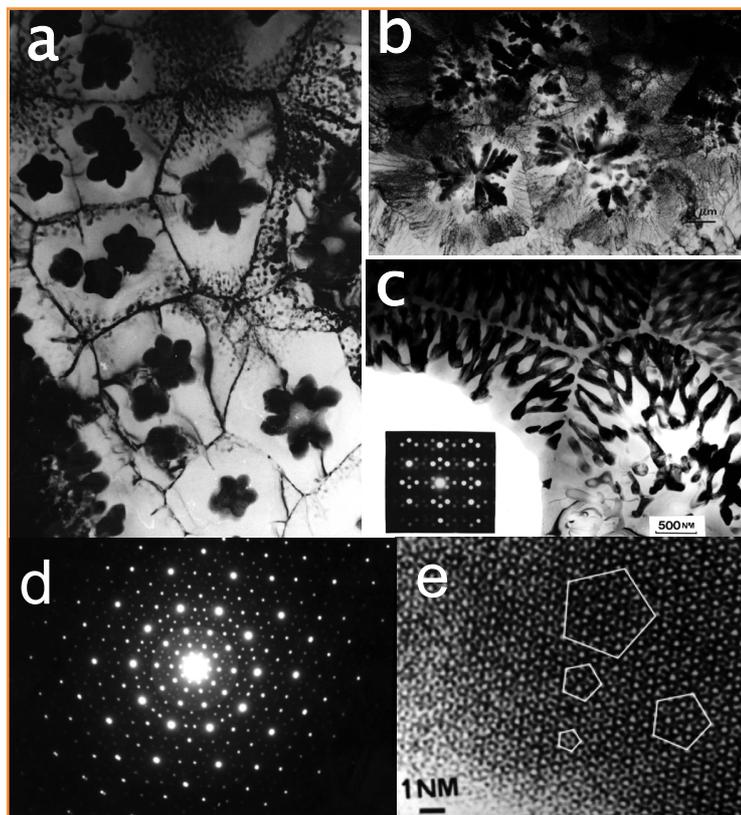


Figure 1 - a, b et c) Clichés de microscopie électronique à transmission de l'alliage  $Al_6Mn$  rapidement solidifié ; on observe au sein des grains d'aluminium de taille d'une dizaine de  $\mu m$ , des nodules dendritiques dont la diffraction (d) présente des spots fins bien localisés, signature apparente de périodicité mais dont la symétrie globale est icosaoédrique. e) Le cliché de haute résolution d'un de ces nodules montre une organisation quinaire remarquablement ordonnée mais non périodique : c'est un quasicristal. Clichés : Richard Portier, DR.

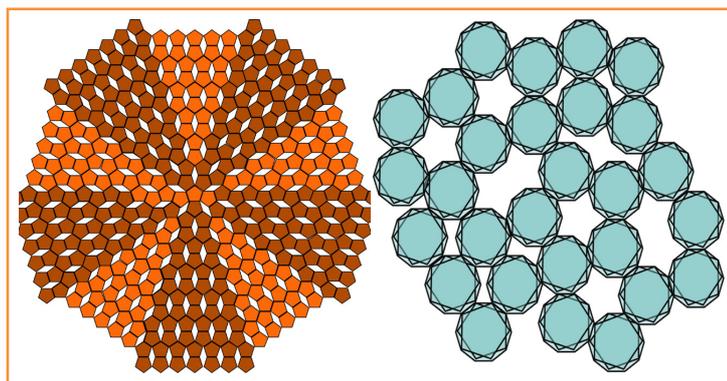


Figure 2 - Deux façons de faire apparaître une symétrie quinaire. À gauche : dix individus cristallins forment une macule multiple de symétrie pentagonale par rapport au centre ; lorsqu'on s'éloigne du centre, la symétrie pentagonale disparaît au profit de la symétrie d'un ou plusieurs cristallites. À droite : le modèle de Ilan Blech consiste en un assemblage au hasard d'icosaoèdres parallèles connectés par des arêtes ; ce modèle conduit à un diagramme de diffraction fait de pics très localisés et de symétrie globale icosaoédrique. Par contre, cet empilement laisse de très nombreux interstices peu compatibles avec la compacité réelle de la phase  $Al_6Mn$  découverte par Shechtman.

connu pour ses travaux en thermodynamique, parmi lesquels la notion de décomposition spinodale dont il est l'un des pères avec J.E. Hilliard. Cahn reste perplexé sur cette rédaction et suggère aux deux auteurs de faire un article plus court centré sur le problème, central à ses yeux, de savoir si un ordre parfait peut exister au-delà de la périodicité conduisant à la symétrie icosaoédrique et engendrant une figure de diffraction purement ponctuelle comme pour les cristaux. Shechtman propose à Cahn de conduire cette réflexion. Courant août 1984, Cahn part à l'Institut de physique théorique à l'Université de Californie (Santa Barbara) où il avait invité le présent auteur à participer à un échange longue durée (six mois) entre science des matériaux et physique théorique. À peine a-t-il fini son exposé sur la découverte de Shechtman que, voyant mon enthousiasme et connaissant mon goût pour la symétrie, Cahn me propose de travailler à ses côtés sur la nature de ce type de diffraction quinaire. Arrivés le lendemain à Washington DC pour rejoindre Shechtman au NBS, nous découvrons les ouvrages de H. Bohr [1] et A. Besicovic [2] sur les fonctions presque périodiques qui nous apparaissent comme la solution probable d'un ordre idéal presque périodique susceptible de conduire à de la diffraction cohérente de même nature que celle des cristaux. L'article annonciateur de la découverte d'un nouvel ordre quasipériodique dans les solides est rédigé rapidement. Envoyé à *Physical Review Letters* le 7 octobre et immédiatement accepté, il est publié le 20 novembre 1984 [3], soit finalement plus de deux ans et demi après la première observation de Shechtman.

Presque concomitamment, sort le 24 décembre le fameux article de D. Levine et P.J. Steinhardt qui désignent la phase de Shechtman sous le terme maintenant consacré de *quasicrystal* [4] et en donnent une première définition théorique rigoureuse qui vient justifier de façon théorique notre intuition d'objets presque périodiques (dont la quasipériodicité est un cas particulier).

Les choses vont s'accélérer début 1985 avec un atelier de travail sur la cristallographie mathématique organisé en janvier à l'Institut des hautes études scientifiques (IHES, Gif-sur-Yvette) par Marjorie Senechal et Louis Michel, auquel j'assiste en compagnie de Cahn et Shechtman. J'ai le redoutable honneur de présenter aux mathématiciens de l'IHES les observations de Shechtman en tentant d'approfondir la connexion avec la notion de presque-périodicité de Bohr et Besicovic. Deux jeunes chercheurs sont dans l'assistance, Michel Duneau et André Katz, qui ont réponse à toutes les questions. S'ensuit une longue discussion qui chamboule le programme en conduisant Katz à exposer, de façon totalement improvisée, la méthode dite de coupe et projection devenue la base de la quasicristallographie [5]. Aloysio Janner, participant enthousiaste de l'atelier et l'un des inventeurs de la description des phases incommensurables *via* les super-espaces [6], va immédiatement comprendre la place des quasicristaux dans les solides en s'écriant : « *Les quasicristaux sont le chaînon manquant des phases incommensurables !* » En sortant de ce séminaire, nous avons compris la nature de cet ordre géométrique nouveau et dispositions des outils nécessaires pour commencer l'étude structurale des quasicristaux sous l'hypothèse qu'ils sont des solides dont les atomes sont distribués de façon quasipériodique.

Outre Louis Michel, de grandes personnalités de la physique et de la chimie nous ont immédiatement apporté leur adhésion : André Guinier, Jacques Friedel, et tout

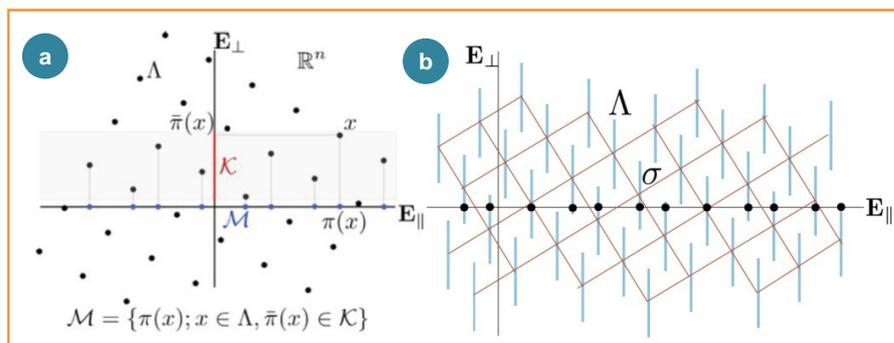


Figure 3 - a) L'algorithme de coupe et projection original consiste à sélectionner les points  $x$  du réseau qui sont à l'intérieur d'une bande (en grisé) d'épaisseur  $K$  selon l'espace perpendiculaire (la coupe) et à projeter ces points dans l'espace parallèle. b) La méthode de coupe simple consiste à « étirer » chaque nœud de réseau le long de l'espace perpendiculaire en un segment  $S$  que l'on désigne par surface atomique ; la construction consiste alors à collecter les intersections de ces segments (en bleu) avec l'espace parallèle. Les deux méthodes sont équivalentes : à chaque bande de coupe définie dans l'une, il correspond, dans l'autre, une surface atomique dont la taille dans l'espace perpendiculaire est égale à l'épaisseur de la bande de la première.

particulièrement Michel Fayard, nouvellement nommé directeur scientifique du département de Chimie du CNRS et qui mit rapidement sur pied un programme de collaboration scientifique entre le CNRS, le NBS et le Technion, scellant dès mars 1985 une recherche multidisciplinaire commune entre les trois organismes. C'est grâce à lui que la France va se trouver ainsi à la pointe de la recherche sur les quasicristaux, aucun autre pays n'ayant réagi aussi rapidement et positivement devant ce nouveau concept issu directement des mathématiciens et accepté avec la plus grande facilité par toute la communauté de physique et chimie du solide.

## De la quasipériodicité

Un quasicristal est un solide dont les atomes se distribuent dans l'espace de façon quasipériodique. Un objet dans un espace de dimension  $d$  est quasipériodique s'il peut être engendré par une coupe  $d$ -dimensionnelle d'un objet périodique dans un espace de dimension  $N > d$  orienté de façon irrationnelle par rapport au réseau de ce dernier. Par exemple, la fonction périodique à deux variables  $x$  et  $y$ , somme de deux cosinus d'arguments incommensurables entre eux  $f(x,y) = \cos 2\pi x + \cos 2\pi\sqrt{2}y$  de périodes  $1$  et  $1/\sqrt{2}$ , coupée par la droite  $y = x$ , conduit à la fonction quasipériodique à une variable  $f(x) = \cos 2\pi x + \cos 2\pi\sqrt{2}x$ .

L'algorithme développé par Katz et Duneau [5] était à l'origine une technique de calcul destinée à construire sur ordinateur des pavages non périodiques remarquables inventés par le physicien théoricien Roger Penrose et vulgarisés par Martin Gardner en 1977 dans *Scientific American* [7]. Leur objectif était alors de trouver des distributions non périodiques de points dans le plan qui soient susceptibles de correspondre à des états fondamentaux non périodiques du solide. Mais c'est finalement au grand mathématicien Yves Meyer que l'on doit la première et la plus simple définition des pavages quasipériodiques dans son ouvrage *Théorie des nombres et analyse harmonique* publié en 1972 [8], pavages désignés universellement aujourd'hui par *ensembles de Meyer*.

L'algorithme le plus simple est celui qui engendre une séquence quasipériodique de points sur la droite dessinée sur la figure 3a. On considère un réseau carré  $\Lambda$  orienté de façon irrationnelle par rapport à l'horizontale, notée espace parallèle, qui est ici l'espace physique à une dimension. On place une bande d'épaisseur  $K$  selon la verticale qu'on désigne par

espace perpendiculaire (en grisé sur le dessin de la figure 3a). On collecte tous les nœuds du réseau qui sont à l'intérieur de la bande et on les projette dans l'espace physique. On obtient ainsi une séquence quasipériodique de points sur la droite horizontale constituée de segments courts et longs selon que deux points consécutifs sélectionnés sont l'une ou l'autre des arêtes du carré unité. Le lien avec les concepts développés par Janner et Janssen [6] dès 1977 pour les phases incommensurables se fait en observant qu'au lieu de sélectionner des points dans une bande, on peut associer à chaque point un segment vertical de longueur égale à l'épaisseur de la bande et collecter les points d'intersection entre ces segments et la droite horizontale comme sur la figure 3b. Ces segments verticaux s'appellent les surfaces atomiques et sont l'objet principal des déterminations expérimentales des structures quasicristallines.

Ainsi, pour les quasicristaux icosaédriques, où l'espace de configuration est de dimension 6, les surfaces atomiques évoluent dans un espace de dimension 3 et sont donc des volumes. Connaître la forme de ces volumes, où ils sont localisés dans la maille 6D, et à quelles espèces atomiques ils correspondent chacun, c'est connaître la structure atomique, l'équivalent pour les cristaux de connaître les positions de Wyckoff des atomes.

L'algorithme de coupe et projection a permis à Duneau et Katz [5] de proposer en 1985 une réponse rigoureuse à la question de la possibilité pour un solide de présenter une figure de diffraction composée exclusivement de pics de Bragg (cliché dit *purement diffractif*) avec des symétries interdites par la cristallographie. La découverte des quasicristaux venait ainsi compléter la cristallographie  $N$ -dimensionnelle créée par de Wolff, Janner et Janssen [6] pour décrire les phases incommensurables, elles aussi quasipériodiques, en généralisant à un nombre quelconque de dimensions l'espace perpendiculaire (espace interne) – et non une ou deux au plus – et en introduisant des surfaces atomiques continues par morceaux seulement pour faire des pavages de *complexité locale finie* où la notion de réseau hôte disparaît. Enfin et surtout, la découverte des quasicristaux ouvrait la voie à la construction d'édifices de symétrie supérieure aux équivalents périodiques, comme par exemple les phases icosaédriques et les pavages 2D de la figure 4.

## Des phases icosaédriques

Les phases icosaédriques sont les principales structures quasicristallines. Découvertes peu de temps après par L. Bendersky [9], les phases décagonales constituent la seconde grande famille de quasicristaux. On relève dans la littérature de la fin des années 1980 les annonces de découvertes de phases octogonales et dodécagonales identifiées par microscopie électronique haute résolution, mais finalement jamais élaborées de façon massive et reproductible en sorte qu'elles n'ont donné lieu à aucune recherche structurale quantitative sérieuse.

Les quasicristaux stables se rencontrent dans une très grande variété d'alliages. Récemment, A.P. Tsai a montré que de nombreux alliages de composition  $(d_{(1-x)p_x})_y M$ ,  $y$  variant de 6 à 9, avec  $d = \text{Zn, Cd, Cu, Ag, Au}$  et  $\text{Pd}$ ,  $p = \text{Mg, Al, Ga, In, Sn, Ge, et Si}$  et  $M = \text{terre rare, Ca ou Sr}$ , forment des composés

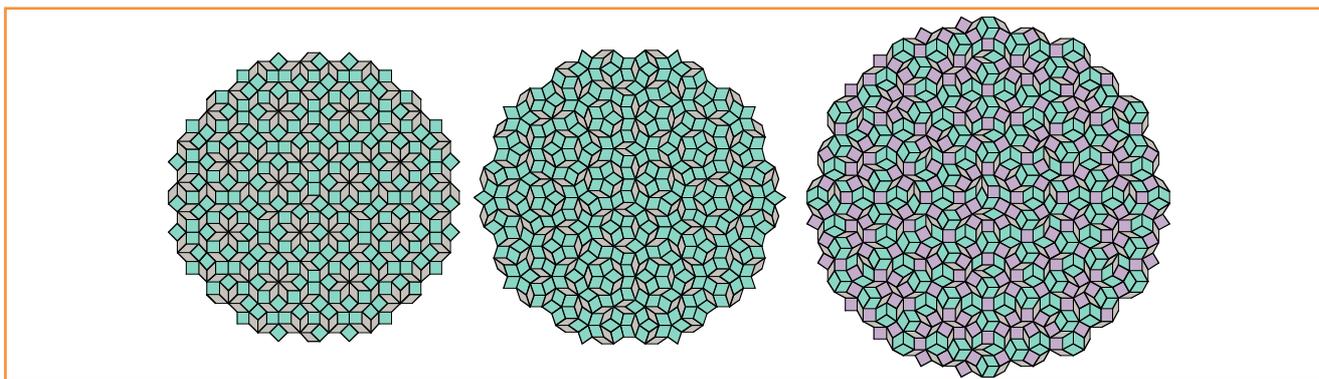


Figure 4 - Exemples de pavages obtenus par la méthode de la coupe et projection ; de gauche à droite : pavage octogonal, pavage pentagonal dit de Penrose, pavage dodécagonal.

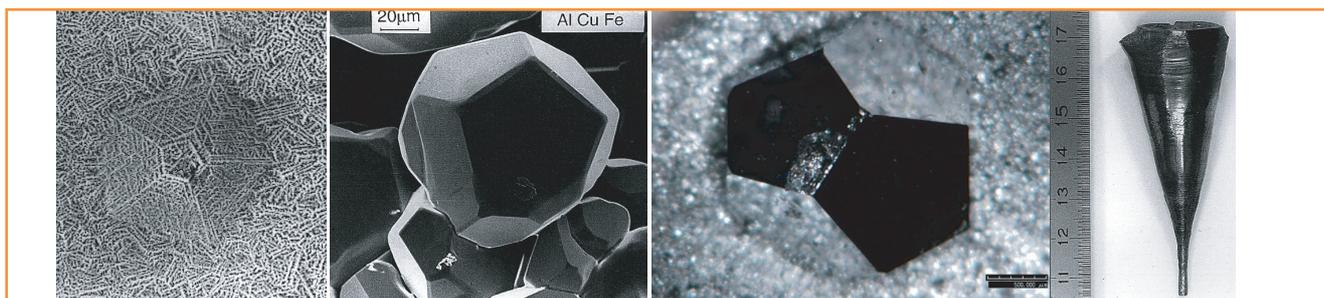


Figure 5 - Exemples de quasicristaux icosaédriques réels. De gauche à droite : l'alliage i-AlMnSi métastable rapidement solidifié observé par MEB (A. Quivy, CECM) ; l'alliage i-AlCuFe stable (A. Quivy, CECM) ; l'alliage i-CdYb (A.P. Tsai, Sendai) ; l'alliage i-AlPdMn monograin obtenu par tirage Czochralski (Y. Calvayrac, CECM).

quasicristallins et/ou approximants [10]. Ces composés sont issus de transformations à l'état solide, beaucoup par réaction péritectoïde, ce qui rend très difficile la fabrication de monoquasicristaux de tailles centimétriques (figure 5). Pour les échantillons destinés aux études par microscopie électronique, on peut utiliser la technique de trempe rapide et recuit d'un alliage mère au voisinage de la composition nominale du quasicristal. Leurs propriétés physiques sont globalement celles des composés intermétalliques complexes et autres phases de Hume-Rothery, en particulier une grande fragilité mécanique et de faibles conductibilités thermique et électrique à basse température.

La caractérisation structurale des quasicristaux est passée d'abord par le microscope électronique, seul instrument permettant de voir simultanément la diffraction et l'image. Vinrent rapidement ensuite les diffractions sur poudres par rayons X au CECM de Vitry et par neutrons au NIST (Gaithersburg, E.-U.). Ce fut un grand moment d'exaltation pour l'équipe franco-américaine autour de John Cahn [11]. Il était devenu clair que la description passait par un espace de dimension 6 avec des matrices de projection bien établies. Des calculs de géométrie simple conduisaient à cette prédiction peu intuitive que des pics de diffraction intense devaient apparaître pour des vecteurs d'onde dont la longueur carré est proportionnelle à des nombres de la forme  $N + M\tau$ , avec  $\tau$  le nombre d'or,  $N$  et  $M$  des entiers positifs tels que  $M$  est l'entier le plus proche possible de  $N\tau$  par valeur inférieure.

On trouvait ainsi toute une série de couples d'entiers  $(N, M)$  parmi lesquels  $(6, 9)$ ,  $(7, 11)$ ,  $(8, 12)$ ,  $(18, 29)$ ,  $(20, 32)$ , etc. Ce fut un émerveillement de découvrir une à une les raies expérimentales correspondantes. Tant sur les diffractogrammes de neutrons que de rayons X, l'accord, y compris sur les intensités qualitatives, était parfait avec cette règle pourtant si peu intuitive issue de la description à six dimensions !

La détermination structurale des phases icosaédriques fut une étape longue et difficile en pratique. Reconstruire la périodicité à six dimensions ne posait aucun problème, mais déterminer les formes des surfaces atomiques était une tâche *a priori* infaisable compte tenu du nombre de paramètres disponibles dans cet espace 6D. On s'aperçut toutefois, dès 1991 sur AlCuFe [12], confirmé l'an suivant sur AlPdMn [13] et aujourd'hui vérifié sur toutes les nouvelles phases icosaédriques, que les surfaces atomiques des phases icosaédriques réelles sont en très petit nombre, deux (voire trois) par maille 6D élémentaire, et sont localisées en des points de haute symétrie, dits points spéciaux, du réseau 6D : le site origine et le site centre de la maille  $\frac{1}{2}(1, 1, 1, 1, 1, 1)$ . Ceci se traduit par le fait que toutes ces structures peuvent être décrites comme un enchevêtrement quasipériodique d'amas atomiques de haute symétrie montrés sur la figure 6. Ces amas sont différentes décorations d'un ensemble constant d'orbites icosaédriques. On y trouve des amas typiques des alliages intermétalliques complexes, comme les amas de Mackay, de Bergman et plus récemment ceux de Tsai qui sont des décorations différentes de l'amas atomique générique présenté figure 6.

## Ordre au-delà des quasicristaux

La découverte de Shechtman a ouvert de nouvelles perspectives quant à la nature géométrique de l'ordre à longue distance dans la matière condensée en détruisant les paradigmes universels qui s'étaient imposés au début du XX<sup>e</sup> siècle selon lesquels les états fondamentaux des solides au voisinage du zéro absolu doivent être des arrangements périodiques d'atomes et que diffraction de Bragg et périodicité sont synonymes.

Un exemple spectaculaire est la variante bidimensionnelle de la suite dite de Thue-Morse, qui consiste à distribuer de façon ordonnée deux types de carrés de côté 1, l'un blanc

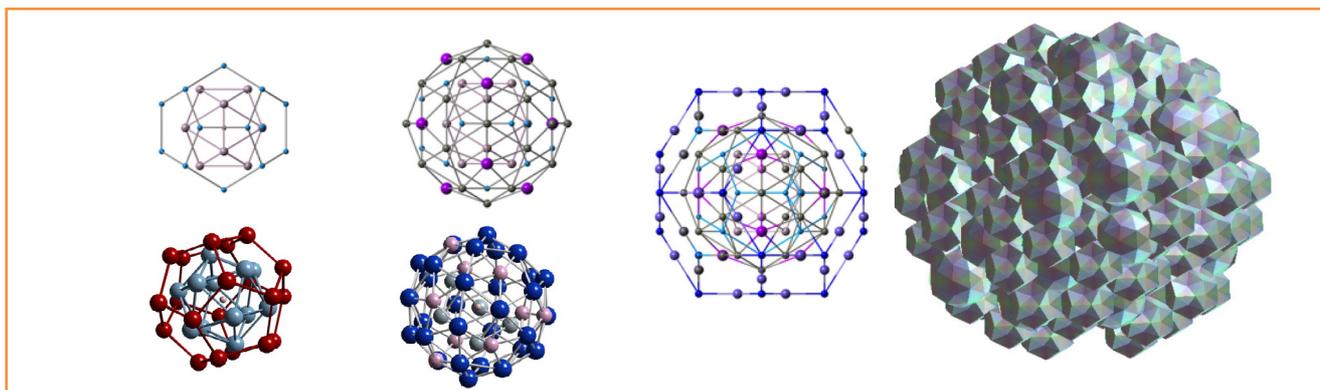


Figure 6 - Les amas atomiques élémentaires qui constituent les briques de construction des édifices icosaédriques comme celui montré à droite construit à partir de deux d'entre eux, sont essentiellement de trois types, à partir de la gauche : Bergman, Mackay et Tsai.

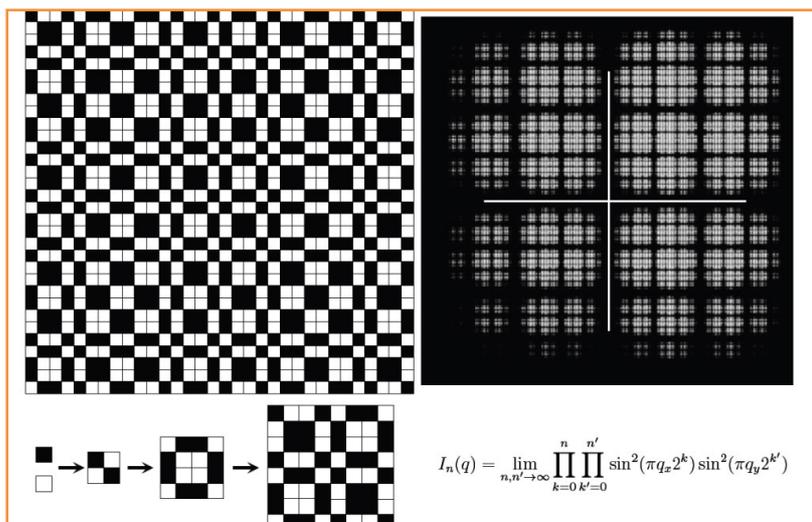


Figure 7 - La séquence bidimensionnelle de Thue-Morse avec deux entités de pouvoirs diffractants égaux et opposés engendre un diffractogramme singulier continu qui est nul pour tous les vecteurs d'onde dont les coordonnées sont des fractions dyadiques de la maille réciproque du carré élémentaire.

avec le pouvoir diffractant + 1, et l'autre noir, dit opposé, avec pouvoir diffractant - 1. On passe de l'étape  $n$  à l'étape  $n + 1$  en copiant le motif de l'étape  $n$  à l'identique sur la diagonale principale d'un carré deux fois plus grand et l'opposé du motif (en remplaçant les carrés blancs par des noirs et réciproquement) sur les deux cases hors diagonales comme montré sur la figure 7. Le calcul explicite de la diffraction de cet objet conduit à une intensité diffractée dans la direction  $q$  qui est un produit infini de fonctions sinus dans les deux directions  $x$  et  $y$  et qui, cette fois, s'annule lorsque les coordonnées  $q_x$  et  $q_y$  sont de la forme  $k/2^n$ , où  $k$  et  $n$  sont des entiers, et est non nulle partout ailleurs. Cette fonction, nulle sur un ensemble dense de points mais non nulle continue sur un ensemble compact, est dite *singulière continue* et n'a pas de pics de Bragg (en fait son support de pics de Bragg existe, mais il est annulé par le fait que les motifs élémentaires ont des pouvoirs diffractants exactement opposés). Cet objet est ordonné à longue distance mais diffracte selon une fonction singulière continue !

## Conclusion

La découverte des quasicristaux a été une étape cruciale dans les développements de la cristallographie. Complétant

la famille des structures incommensurables, ils ont permis aux cristallographes d'ouvrir la boîte de Pandore des paradigmes fondamentaux de leur discipline : symétries, ordre et diffraction. Mais au lieu d'y trouver tous les maux de l'humanité, ils y trouvèrent les passionnantes généralisations de ces concepts et, tout au fond, l'espérance que ces nouvelles notions seront un jour source de compréhension pour de futures découvertes d'organisations originales de la matière à l'état solide.

## Références

- [1] Bohr H., Zur Theorie der fastperiodischen Funktionen, I, *Acta Math.*, **1925**, 45, p. 29 ; Bohr H., *Almost periodic functions*, AMS Chelsea Publish., reprint **1947**.
- [2] Besicovitch A.S., *Almost periodic functions*, Cambridge Univ. Press, **1932**.
- [3] Shechtman D. *et al.*, Metallic phase with long-range orientational order and no translational symmetry, *Phys. Rev. Lett.*, **1984**, 53, p. 1951 ; Shechtman D., Blech I., The microstructure of rapidly solidified Al<sub>3</sub>Mn, *Met. Trans.*, **1985**, 16A, p. 1005.
- [4] Levine D., Steinhardt P.J., Quasicrystals: a new class of ordered structures, *Phys. Rev. Lett.*, **1984**, 53, p. 2477.
- [5] Duneau M., Katz A., Duneau M., Quasiperiodic patterns and icosahedral symmetry, *J. Phys.*, **1986**, 47, p. 181.
- [6] de Wolff P.M., Symmetry operations for displacively modulated structures, *Acta Cryst.*, **1977**, A33, p. 493 ; Janner A., Janssen T., Symmetry of periodically distorted crystals, *Phys. Rev. B*, **1977**, 15, p. 643.
- [7] Penrose R., The role of aesthetics in pure and applied mathematical research, *Bull. Inst. Maths Appl.*, **1974**, 10, p. 266 ; Penrose R., Pentaplexity, *Math. Intelligencer*, **1979**, 2, p. 32 ; Gardner M., Extraordinary nonperiodic tiling that enriches the theory of tilings, *Sci. Amer.*, **1977**, 236, p. 110.
- [8] Meyer Y., *Algebraic Numbers and Harmonic Analysis*, North Holland Publish., **1972**.
- [9] Bendersky L., Quasicrystal with one-dimensional translational symmetry and a tenfold rotation axis, *Phys. Rev. Lett.*, **1985**, 55, p. 1461.
- [10] Tsai A.P. *et al.*, Preparation of a new Al-Cu-Fe quasicrystal with large grain sizes by rapid solidification, *J. Mater. Sci. Lett.*, **1987**, 6, p. 1403.
- [11] Cahn J.W., Shechtman D., Gratias D., Indexing of icosahedral quasiperiodic crystals, *J. Mat. Res.*, **1986**, 1, p. 13.
- [12] Cornier-Quiquandon M. *et al.*, Neutron-diffraction study of icosahedral Al-Cu-Fe single quasicrystals, *Phys. Rev. B*, **1991**, 44, p. 2071.
- [13] Boudard M. *et al.*, Neutron and X-ray single-crystal study of the AlPdMn icosahedral phase, *J. Phys. Cond. Matter.*, **1992**, 4, p. 10149.



**Denis Gratias**

est directeur de recherche CNRS\*, Médaille d'argent du CNRS en 1994.

\* LEM CNRS/ONERA, 29 avenue de la Division Leclerc, F-92322 Châtillon (en partance pour IRCP-Chimie ParisTech, 11 rue Pierre et Marie Curie, F-75005 Paris).  
Courriel : denis.gratias@onera.fr