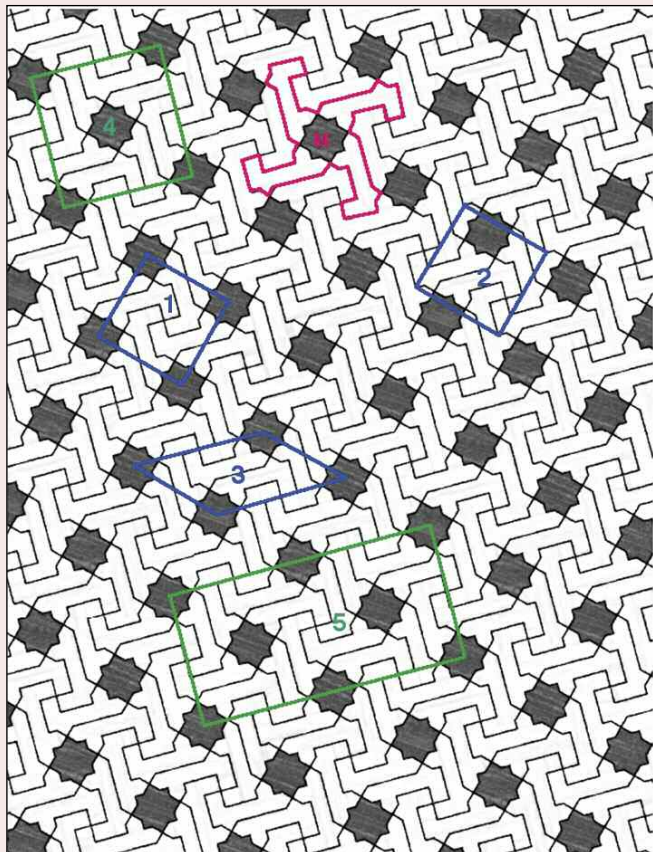


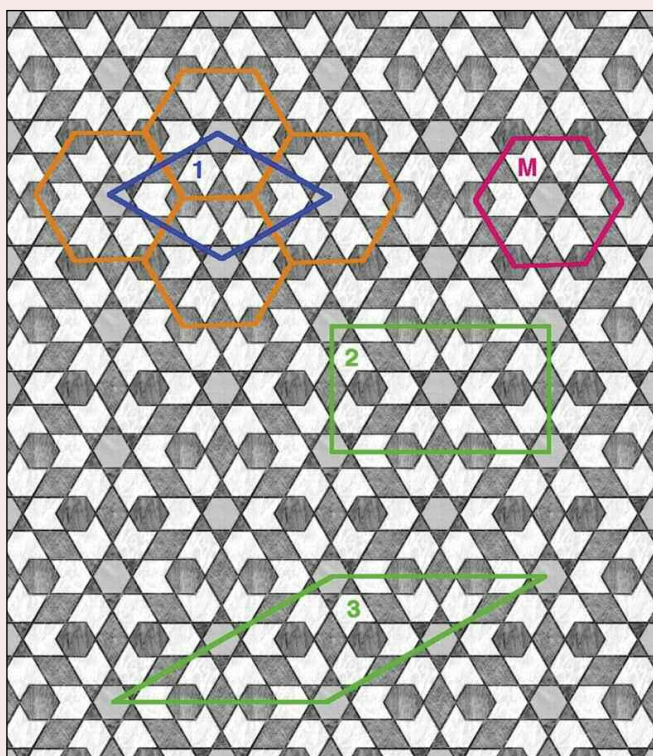
Solutions des jeux récréatifs

Pierre Gredin nous dévoile les astuces de ses énigmes.

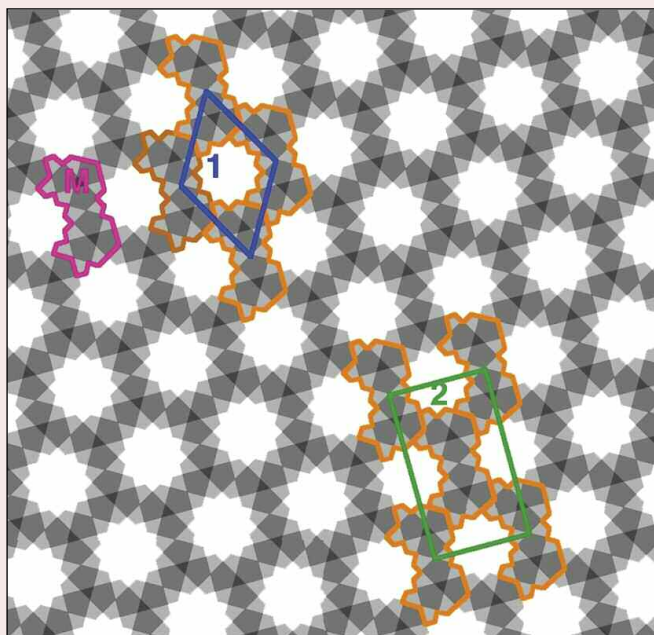
A - Les mosaïques



M désigne le motif. Les mailles 1 et 2 sont en réalité une seule et même maille simple (un motif par maille). Elles ne diffèrent que par l'origine choisie. Par contre, la maille 3 est toujours une maille simple mais différente de la maille 1 (longueurs des côtés et angles différents). Les mailles 1, 2 et 3 ont la même surface. La maille 4 est une maille double et 5 une maille quadruple.



M désigne le motif. La maille 1 est une maille simple (un motif par maille). Les mailles 2 et 3 sont des mailles doubles.



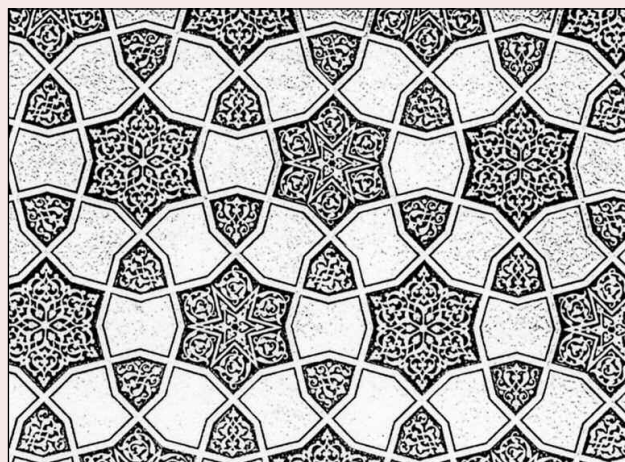
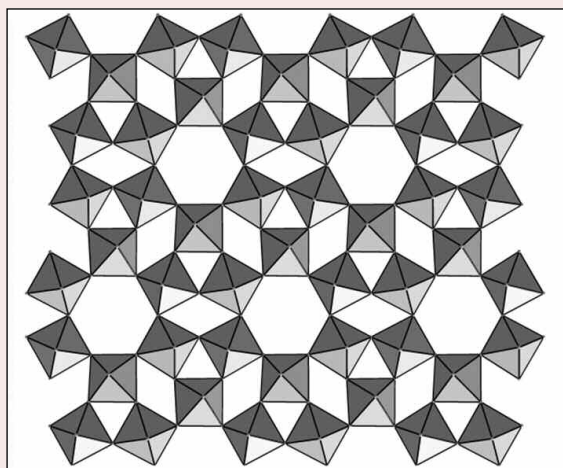
M désigne le motif. La maille 1 est une maille simple (un motif par maille). La maille 2 est une maille double.



On pourrait penser qu'il y a peu de rapport entre des mosaïques et les structures cristallines et pourtant l'art rejoint parfois la nature...

À gauche : structure des polyèdres de coordination du chrome dans $\text{CsBaCr}_3\text{F}_{12}$ ⁽¹⁾ ; à droite : mosaïque arabe du plafond de la maison « Beyt el-Tchélyby » (XVIII^e siècle, Le Caire, Égypte). On retrouve sur la projection de la structure cristalline sur le plan (0 0 1) un motif analogue à celui utilisé par l'artiste qui a conçu la mosaïque.

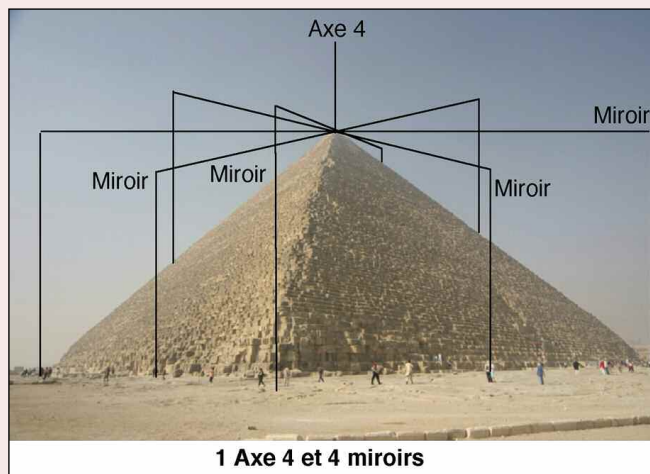
⁽¹⁾ Férey G., Renaudin J., de Kozak A., Mary Y., Crystal chemistry, plane nets and arabic mosaics: the structure of $\text{CsBaCr}_3\text{F}_{12}$, a new MX_4 network, *Zeitschrift für Kristallographie*, **1989**, 189, p. 181.



B - Les symétries

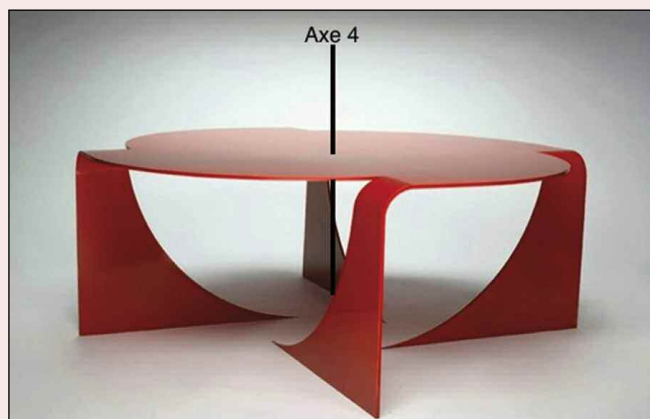
1 Pyramide de Kheops

On considère la pyramide comme étant parfaite et dans ce cas, la pyramide de Khéops appartient au groupe ponctuel $4mm$.



2 Table

Cette table ne possède qu'un axe 4. La forme particulière des pieds ne permet pas l'existence de miroirs (groupe ponctuel 4).



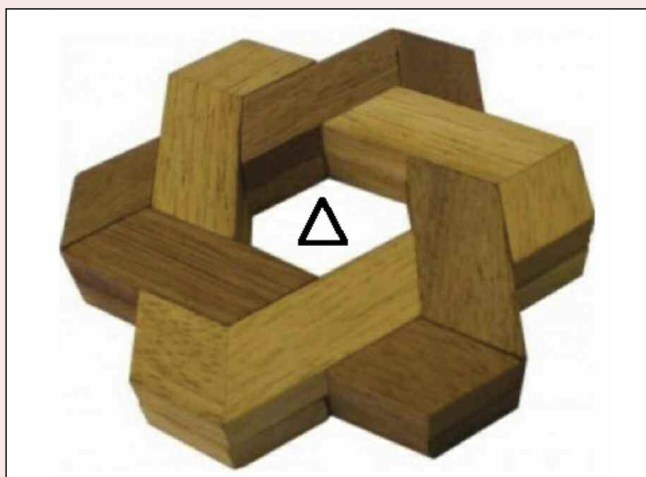
3 Grille en fer forgé 1

Les décorations en forme de pointe en haut et en bas de l'ovale sont incompatibles avec l'existence d'un miroir vertical et d'un miroir horizontal. Seul un axe 2 (symbole : ellipse) existe (groupe ponctuel 2).



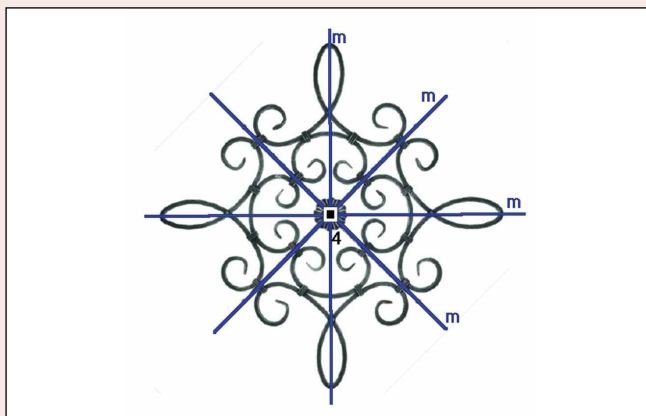
4 Casse-tête 1

Cet objet possède un axe 3 central (symbole : triangle) et un miroir perpendiculaire à cet axe. On peut styliser l'objet sous forme de deux triangles imbriqués tête-bêche. Il appartient donc au groupe ponctuel $\frac{3}{m}$.



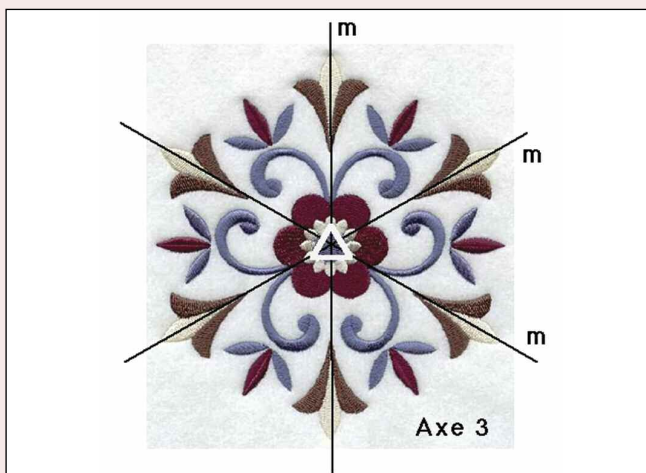
5 Grille en fer forgé 2

On retrouve dans cet objet la symétrie de la pyramide de Khéops (groupe ponctuel 4mm). En effet, il existe un axe 4 central (symbole : carré), un miroir horizontal, un vertical et deux miroirs diagonaux. Ces éléments de symétrie sont compatibles avec la rosace centrale. Bien sûr, on excusera le ferronnier d'art pour les quelques petits défauts que l'on pourrait trouver !



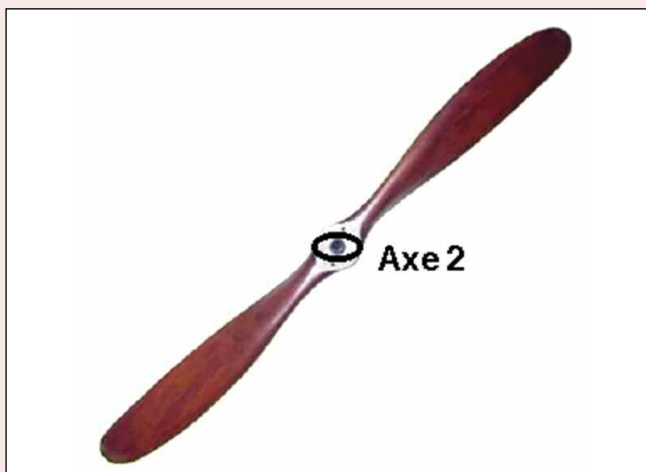
6 Broderie

Cette broderie possède un axe 3 (symbole : triangle) en son centre et trois miroirs qui contiennent l'axe (groupe ponctuel 3m).



7 Hélice bipale

Une hélice bipale ne possède qu'un axe 2 (symbole : ellipse) en son centre (groupe ponctuel 2). L'erreur serait de trouver dans cet objet un centre d'inversion, ce qui poserait quelques soucis. En effet, l'action d'une pale se trouverait contrariée par l'action de la pale opposée et le décollage de l'avion quelque peu compromis !



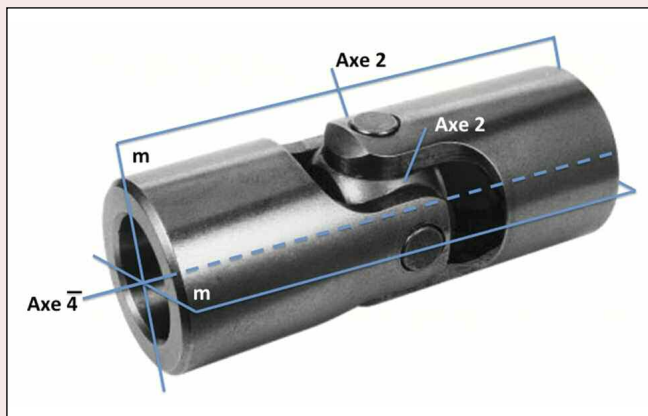
8 Hélice quadripale

Une hélice quadripale ne possède qu'un axe 4 en son centre (groupe ponctuel 4). Il n'y a toujours pas de centre d'inversion dans cette hélice, condition nécessaire pour arriver à rentrer au port.



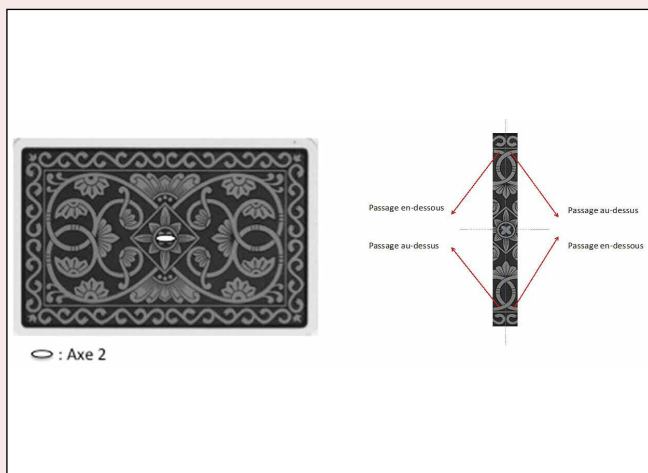
9 Cardan

Il existe parallèlement à l'axe de l'objet un axe $\bar{4}$, deux miroirs, un vertical et l'autre horizontal, qui contiennent l'axe de roto-inversion $\bar{4}$ puis deux axes 2 (groupe ponctuel $\bar{4} 2 m$).



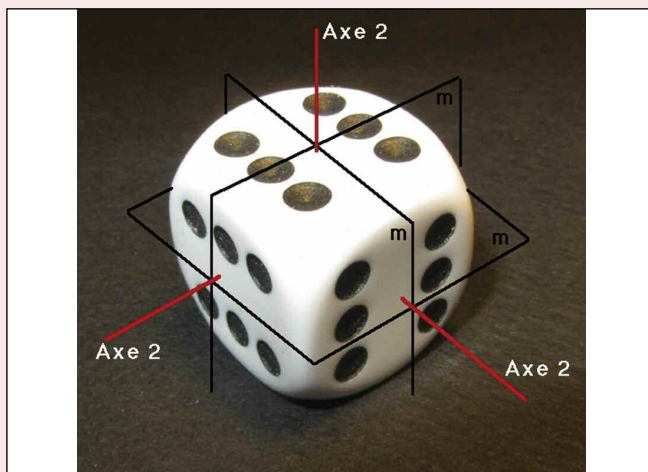
10 Dos de carte

Ce dos de carte n'a pour tout élément de symétrie qu'un axe 2 (groupe ponctuel 2). Tout est dans les détails, les figures qui s'enchevêtrent ne sont pas compatibles avec l'existence de miroirs.



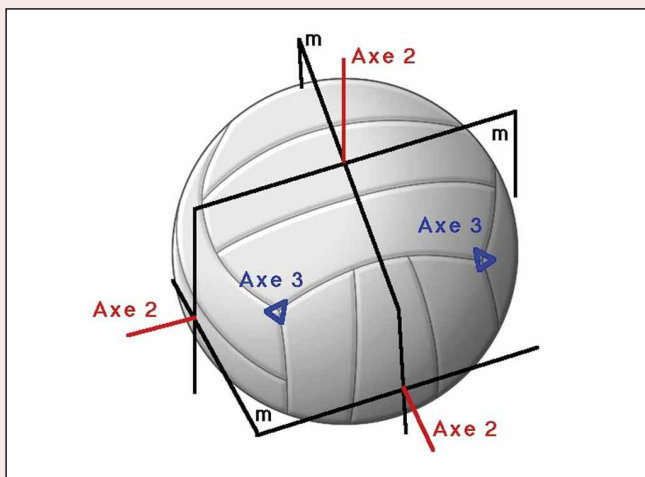
11 Dé (les faces opposées sont identiques)

Ce dé possède des faces opposées identiques compatibles avec l'existence d'un axe 2 passant par le centre des deux faces opposées et de deux miroirs orthogonaux contenant l'axe 2. Le dé comprend donc trois axes 2 orthogonaux et 3 miroirs (groupe ponctuel mmm).



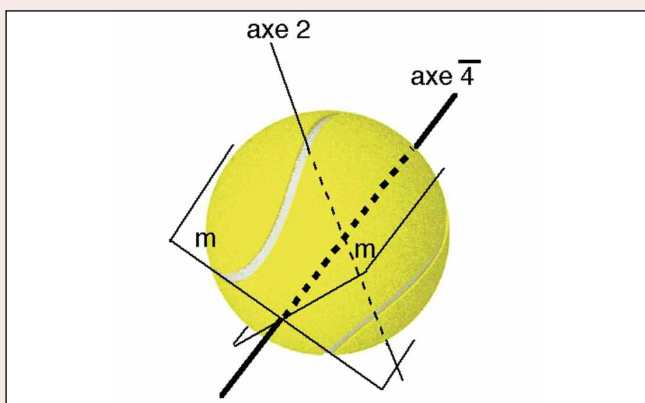
12 Ballon de basket

Le ballon de basket présente plusieurs axes 3, il appartient donc à un groupe ponctuel cubique. On peut identifier également des axes 2 et des miroirs. Le groupe ponctuel compatible est le $m\bar{3}$ (à ne pas confondre avec $3m$).



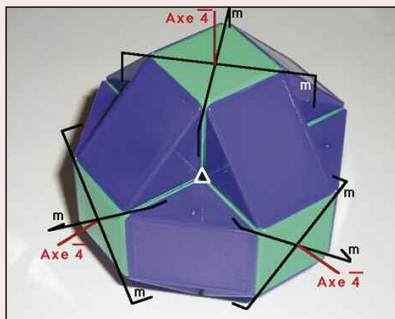
13 Balle de tennis

Avec un peu d'imagination, la balle de tennis ressemble beaucoup au cardan. On retrouve les mêmes symétries : axe $\bar{4}$, deux miroirs, un vertical et l'autre horizontal, qui contiennent l'axe de roto-inversion $\bar{4}$, puis deux axes 2. La balle de tennis appartient elle aussi au groupe ponctuel $\bar{4}2m$.



14 Casse-tête 2

L'élément de symétrie qui passe dans le creux de l'objet visible sur la photographie est un axe 3 (symbole : triangle). Si on suppose qu'il passe par chaque creux un axe 3 (quatre axes 3 au total), les traits de deux faces opposées ne peuvent pas avoir la même direction. Elles doivent être orthogonales. Pour s'en persuader, dessiner sur un cube des traits, selon les diagonales de trois faces, concourant vers un sommet et en déduire l'orientation des traits sur les autres faces compatibles avec l'existence d'axes 3. On peut observer alors trois axes $\bar{4}$ orthogonaux entre eux et des miroirs. Le groupe ponctuel auquel appartient l'objet est le groupe cubique $\bar{4}3m$, non centrosymétrique qui est propre au tétraèdre. Cet objet est vraiment un casse-tête... !



Si deux faces opposées (carrés de couleur turquoise) ont des traits orientés selon une même direction, on ne conservera qu'un seul axe ternaire ($\bar{3}$ = axe 3 + centre d'inversion), des miroirs. De nouveaux éléments de symétrie apparaissent : les axes 2. L'objet appartiendra alors au groupe ponctuel rhomboédrique $3m$ qui est centrosymétrique.

